

УНИВЕРЗИТЕТ У ПРИШТИНИ СА ПРИВРЕМЕНИМ  
СЕДИШТЕМ У КОСОВСКОЈ МИТРОВИЦИ

ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА

Јелена Тодоровић

**НОВИ ГАММА - СИ-САУРЕ МОДЕЛ  
ФУНКЦИЈЕ РАСПОДЕЛЕ ЗА БЕЖИЧНИ  
ОПТИЧКИ КОМУНИКАЦИОНИ КАНАЛ**

Докторска дисертација

Косовска Митровица, 2023.

UNIVERSITY OF PRISTINA TEMPORARY SETTLED IN  
KOSOVSKA MITROVICA

FACULTY OF TECHNICAL SCIENCES

Jelena Todorović

**A NOVEL GAMMA - CHI-SQUARE  
DISTRIBUTION FUNCTION MODEL FOR  
FREE SPACE OPTICAL CHANNEL**

Doctoral Dissertation

Kosovska Mitrovica, 2023.

Идентификациона страница докторске дисертација

<b>I Аутор</b>	
Име и презиме:	Јелена Тодоровић
Датум и место рођења:	25. 08. 1992. године, Приштина
Садашње запослење:	Асистент на Факултету техничких наука у Косовској Митровици

<b>II Докторска дисертација</b>	
Наслов:	Нови Gamma - Chi-square модел функције расподеле за бежични оптички комуникациони канал
Број страница:	179
Број слика:	78
Број библиографских података:	189
Установа и место где је рад израђен:	Универзитет у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици, Факултет техничких наука
Научна област (УДК):	
Ментор:	др Петар Спалевић, ред. проф. Универзитета у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици

<b>III Оцена и одбрана</b>	
Датум пријаве теме:	23. 11. 2021. године
Број одлуке и датум прихватања заснованости теме докторске дисертације:	137/3-1 22. 02. 2022. године
Комисија за оцену подобности теме и кандидата:	1. др Стефан Панић, ред. проф. ПМФ-а у К. Митровици – председник комисије 2. др Петар Спалевић, ред. проф. ФТН-а у К. Митровици – ментор 3. др Дејан Милић, ред. проф. Електронског факултета у Нишу – члан
Комисија за оцену и одбрану докторске дисертације:	1. др Ђоко Банђур, ред. проф. ФТН-а у К. Митровици – председник комисије 2. др Дејан Милић, ред. проф. Електронског факултета у Нишу – члан 3. др Петар Спалевић, ред. проф. ФТН-а у К. Митровици – ментор
Датум одбране:	

## **НОВИ GAMMA - CHI-SQUARE МОДЕЛ ФУНКЦИЈЕ РАСПОДЕЛЕ ЗА БЕЖИЧНИ ОПТИЧКИ КОМУНИКАЦИОНИ КАНАЛ**

### **САЖЕТАК**

У докторској дисертацији је предложен нови, Гама - Хи-квадрат (Gamma - Chi-square) модел за описивање FSO (Free Space Optics) канала, који је заснован на два опште позната модела: Гама модела и Хи-квадрат (Рајс) модела. Одређен је аналитички израз за функцију густине вероватноће (PDF - Probability Density Function) за предложени модел који је даље коришћен за рачунање карактеристика FSO система: вероватноћа отказа (OP - Outage Probability), средња вероватноћа грешке по биту (ABER - Average Bit Error Rate) и капацитет канала (CC - Channel Capacity). На основу аналитичких израза добијени су нумерички и графички резултати који показују како се понашају перформансе FSO система у зависности од различитих степена атмосферске турбуленције и различитих модулационих шема, параметара система, као што су: дужина линка, оптичка снага, интензитет сигнала, однос сигнал - шум (SNR - Signal to Noise Ratio),  $K$  фактор и други параметри. Извршена је анализа утицаја параметара система на квалитет преноса сигнала у FSO системима када је моделован Гама - Хи-квадрат расподелом када су примењене различите модулационе шеме: OOK (On-Off Keying), бинарна фазна модулација (BPSK - Binary Phase Shift Keying), диференцијална фазна модулација (DPSK - Differential Phase Shift Keying), поларизациона модулација (PolSK - Polarization Shift Keying), вишеимпулсно-позициона модулација (MPPM - Multi-Pulse Pulse-Position). Анализирани су и случајеви примене Гама - Хи-квадрат модела у комбинованом систему бежичних сензорских мрежа (WSN - Wireless Sensor Networks) и FSO-а и хибридном RF/FSO системима. Извршено је поређење перформанси система када је моделован Гама - Хи-квадрат расподелом са перформансама система моделованим општепознатим расподелама: Гама-Гама расподела, Логаритамско-нормална расподела, Негативна експоненцијална расподела,  $K$  расподела и  $I-K$  расподела. Добијени резултати показују повећање перформанси и квалитета преноса сигнала у FSO системима употребом Гама - Хи-квадрат расподеле за моделовање истих. Добијени резултати могу се употребити при симулацији и пројектовању телекомуникационих мобилних система у реалном окружењу.



**Кључне речи:** Бежичне оптичке комуникације, Гама - Хи-квадрат расподела, атмосферска турбуленција, грешка позиционирања, вероватноћа грешке по биту, вероватноћа отказа, капацитет канала, бежичне сензорске мреже, хибридни системи

**Научна област:** Електротехничко и рачунарско инжењерство

**Ужа научна област:** Телекомуникације и информациони системи

## **A NOVEL GAMMA - CHI-SQUARE DISTRIBUTION FUNCTION MODEL FOR FREE SPACE OPTICAL CHANNEL**

### **ABSTRACT**

The doctoral dissertation proposed a novel Gamma - Chi-square model for describing the Free Space Optical (FSO) channel, which is based on two commonly known models: the Gamma model and the Chi-square (Rician) model. An analytical expression for the probability density function (PDF) was determined for the proposed model, which was further used to calculate the characteristics of the FSO system: outage probability (OP), average bit error rate (ABER) and channel capacity (CC). Based on analytical expressions, numerical and graphical results were obtained that show how the FSO system performance behaves depending on different levels of atmospheric turbulence, different modulation schemes and system parameters, such as: link distance, optical power, signal to noise ratio (SNR),  $K$  factor and other parameters. An analysis of the system parameters impact on the signal transmission quality in FSO systems modeled with Gamma - Chi-square distribution was performed when different modulation schemes were applied: on-off keying (OOK), binary phase shift keying (BPSK), differential phase shift keying (DPSK), polarization shift keying (PolSK), multi-pulse pulse-position (MPPM). The application of the Gamma - Chi-square model in the combined system of wireless sensor networks (WSN) and FSO and hybrid RF/FSO systems was also analyzed. A comparison of system performance modeled with Gamma - Chi-square distribution versus system performance modeled with well-known distributions: Gamma-Gamma distribution, Log-normal distribution, Negative exponential distribution, K distribution and I-K distribution was performed. The obtained results show an increase in the performance and signal transmission quality in FSO systems using the Gamma - Chi-square distribution for modeling. The obtained results can be used in the simulation and design of telecommunication mobile systems in a real environment.

**Key words:** free space optics, Gamma - Chi-square distribution, atmospheric turbulence, pointing error, bit error rate, outage probability, channel capacity, wireless sensor networks, hybrid systems

**Scientific field:** Electrical and Computer Engineering

**Scientific subfield:** Telecommunications and information systems

## САДРЖАЈ

<b>1. УВОД</b> .....	1
<b>2. FSO СИСТЕМ</b> .....	10
2.1. Модел FSO система .....	10
2.1.1. Оптички извори .....	11
2.1.2. Оптички детектори .....	12
2.2. Модел FSO канала .....	14
2.2.1. Атмосферско слабљење .....	15
2.2.2. Атмосферска турбуленција .....	16
2.2.3. Грешка позиционирања .....	18
2.3. Статистички модели за опис простирања сигнала у FSO системима .....	20
2.3.1. Гама-Гама расподела .....	20
2.3.2. Логаритамско-нормална расподела .....	22
2.3.3. Негативна експоненцијална расподела .....	22
2.3.4. Рајсова расподела .....	23
2.3.5. К расподела .....	24
2.3.6. I-K расподела .....	25
2.3.7. Инверзно-Гаусова (I-G) расподела .....	26
2.3.8. Двострука Вејбулова расподела .....	26
2.3.9. Експоненцијална Вејбулова расподела .....	27
2.3.10. Двострука генерализована Гама расподела .....	28
2.4. Статистички параметри за описивање квалитета преноса сигнала у FSO системима .....	28
2.5. Модулациони формати за пренос сигнала у FSO системима .....	32
2.5.1. On-Off Keying (OOK) модулација .....	32
2.5.2. Диференцијална фазна модулација (DPSK) .....	34
2.5.3. Бинарна фазна модулација (BPSK) .....	34

2.5.4. Поларизациона модулација (PolSK) .....	35
2.5.5. Вишеимпулсно-позициона модулација (MPPM) .....	36
<b>3. ПЕРФОРМАНСЕ FSO СИСТЕМА ПОСТОЈЕЋИХ МОДЕЛА КАНАЛА .....</b>	<b>38</b>
3.1. Анализа АВЕР-а FSO канала са DPSK и BPSK модулацијом .....	38
3.2. Анализа АВЕР-а FSO канала са OOK модулацијом .....	44
3.2.1. Гама-Гама расподела и OOK модулација .....	44
3.2.2. Логаритамско-нормална расподела и OOK модулација .....	46
3.2.3. К расподела и OOK модулација .....	49
3.2.4. I-K расподела и OOK модулација .....	51
3.3. Анализа АВЕР-а FSO канала са PolSK модулацијом .....	56
3.3.1. Гама-Гама расподела и PolSK модулација .....	57
3.3.2. Негативна експоненцијална расподела и PolSK модулација.....	59
3.3.3. К-расподела и PolSK модулација .....	60
3.3.4. I-K расподела и PolSK модулација.....	62
3.4. Анализа АВЕР-а FSO канала са MPPM модулацијом .....	65
3.4.1. Гама-Гама расподела и MPPM модулација .....	66
3.4.2. К-расподела и MPPM модулација .....	69
3.4.3. Негативна експоненцијална расподела и MPPM модулација .....	72
3.4.4. Логаритамско-нормална расподела и MPPM модулација .....	75
3.5. Симулација FSO система у различитим атмосферским приликама .....	78
3.5.1. FSO систем са NRZ и RZ OOK модулацијом .....	78
3.5.2. FSO систем у различитим оптичким прозорима.....	82
3.5.3. 32-канални WDM-FSO систем.....	86
<b>4. РАЗВОЈ GAMMA - CHI-SQUARE МОДЕЛА РАСПОДЕЛЕ .....</b>	<b>92</b>
4.1. PDF модел у присуству атмосферске турбуленције .....	92
4.1.1. PDF у зависности од интензитета .....	92
4.1.2. PDF у зависности од SNR-а .....	94
4.2. PDF модел у присуству атмосферске турбуленције и грешке позиционирања..	97
4.2.1. PDF у зависности од интензитета .....	97
4.2.2. PDF у зависности од SNR-а .....	99
<b>5. ПЕРФОРМАНСЕ FSO СИСТЕМА МОДЕЛОВАНИМ GAMMA - CHI-SQUARE РАСПОДЕЛОМ .....</b>	<b>101</b>
5.1. Вероватноћа отказа .....	101
5.2. Средња вероватноћа грешке по биту (АВЕР) .....	104

5.2.1. АBER при DPSK и BPSK модулацији .....	104
5.2.2. АBER при OOK модулацији .....	107
5.2.3. АBER при PolSK модулацији .....	113
5.2.4. АBER при MPPM модулацији .....	115
5.3. Капацитет канала .....	119
5.3.1. ORA алгоритам .....	119
5.3.2. OPRA алгоритам .....	122
5.3.3. TIFR алгоритам .....	125
<b>6. ПРИМЕНА ГАММА - CHI-SQUARE МОДЕЛА РАСПОДЕЛЕ У WSN-FSO СИСТЕМИМА .....</b>	<b>128</b>
<b>7. ПРИМЕНА ГАММА - CHI-SQUARE МОДЕЛА РАСПОДЕЛЕ У RF/FSO СИСТЕМИМА .....</b>	<b>140</b>
7.1. RF/FSO систем .....	140
7.2. Одређивање вероватноће отказа RF/FSO система .....	142
7.3. Нумерички резултати .....	145
<b>8. ЗАКЉУЧАК .....</b>	<b>152</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА .....</b>	<b>156</b>
<b>СПИСАК СКРАЋЕНИЦА .....</b>	<b>171</b>
<b>СПИСАК СЛИКА .....</b>	<b>173</b>
<b>СПИСАК ТАБЕЛА .....</b>	<b>177</b>
<b>БИОГРАФИЈА АУТОРА .....</b>	<b>178</b>

## 1. УВОД

Непрекидан развој различитих сервиса бежичних телекомуникационих система, доводи до потребе за проучавањем и унапређењем њихових перформанси. Основни захтеви који су присутни у процесу унапређења перформанси бежичних телекомуникационих система су обезбеђивање великих брзина преноса, велики капацитет канала и што већи домет везе са што мањом вероватноћом грешке.

Један од тренутних изазова у бежичним комуникацијама је могућност пружања економичне везе преноса података великим брзинама у апликацијама, где се технологија заснована на радио фреквенцијама (RF - Radio Frequency) не може користити или није погодна [1, 2]. На пример, у затвореним окружењима са великом популацијом људи (железничка станица, аеродроми итд.) и мрежи тзв. последње миље (last mile), где се крајњи корисници, користећи RF бежичне технологије, сусрећу са мањим брзинама преноса података и услугама лошијег квалитета.

Оптичка бежична веза велике брзине дефинисана је као веза за пренос података са минималном брзином од неколико Gb/s. У данашње време постоји све већи број апликација које захтевају квалитет приступа услугама преноса података било где, било када и под свим условима. У савршеном сценарију, сви крајњи корисници требало би да имају приступ главној мрежи заснованој на оптичким влакнима са изузетно великим капацитетом, са великим брзинама преноса и врло малом кашњењем. Наравно, за средину у којој примена оптичких влакана није економична, комбинација сателитских комуникација и комуникационих технологија оптичких влакана била би најпогоднија опција. Међутим, ово може бити прилично скупо и стога дугорочно можда неће бити изводљиво. Жичане оптичке мреже је понекада тешко имплементирати због њихове комплексности у инсталацији и релативно скупе технологије влакана. Због тога нису увек добро решење, мада пружају широк опсег и велике брзине преноса.

Управо због ограничене ширине пропусног опсега и високе цене RF технологије постоји потреба за разматрањем алтернативних технологија [2, 3]. Трошкови и изазови повезани са инсталацијом оптичких влакана, посебно у руралним подручјима, као и одржавање такве мреже су прилично високи, стога се не узимају у обзир за приступну мрежу последњег километра (мрежа последње миље) [4].

Оптичке бежичне комуникације у слободном простору (FSO - Free Space Optics) су комуникациона технологија која омогућује бежични гигабитни пренос података у оба смера (Full-Duplex) [5, 6]. FSO комуникација односи се на технологију директне видљивости (LOS - Line-of-Sight) која преноси модулисане видљиве или инфрацрвене зраке кроз атмосферу ради успостављања оптичких комуникација. У неким случајевима FSO такође може да користи технологију где нема директне видљивости (Nonline-of-Sight) која користи расејавање или рефлексију [3, 7-9].

FSO је нова и перспективна технологија за бежичне комуникације следеће генерације, попут бежичних комуникација кратког домета, бежичних хелијских мрежа, приступа последњој миљи, преноса UHDTV (Ultra High-Definition Television) и ласерске комуникације у слободном простору. FSO системи омогућују пренос сигнала са протоком од неколико Gb/s, док микроталасне везе омогућују проток од неколико Mb/s. FSO технологија је лако расположива, сигурна и способна да понуди малу вероватноћу грешке, као и велике брзине у опсегу до неколико километара.

У поређењу са традиционалним RF комуникацијама, атрактивне карактеристике FSO технологије укључују рад без лиценци, једноставну имплементацију, а такође пружа и одличну сигурност преноса података, велике брзине преноса, као и велику могућност пропусног опсега. FSO технологија је добра алтернатива за пренос на кратким или средњим удаљеностима, посебно за окружења у којима је инфраструктуру жичане оптичке мреже тешко применити. У поређењу са жичаним оптичким мрежама, примена FSO система је једноставнија, лакша, бржа и самим тим јефтинија.

Упркос главним предностима FSO технологије и разноврсности подручја њене примене, широко распрострањену употребу омела је поузданост везе на великим дметима, услед фединга изазваних атмосферским турбуленцијама и осетљивости на временске услове [10-13]. FSO системи су веома осетљиви на атмосферске услове. Атмосферски FSO канал је природни медијум за оптичку бежичну комуникацију на отвореном. Пошто се ширење сигнала врши у слободном простору, на њега утичу

атмосферска турбуленција и грешке позиционирања, што погоршава перформансе система. Када су услови атмосферског канала лоши, тада на пропуштени светлосни сигнал утичу расејање, апсорпција и турбуленција. Атмосферску турбуленцију углавном карактеришу три параметра: мали (inner - scale) и велики (large - scale) вртлози турбуленције и индекс преламања који се понекад назива и јачина турбуленције [14-19]. Нехомогеност температуре, притиска и брзине ветра над каналом мења индекс преламања и ствара флукуације оптичког интензитета сигнала. Снег и киша знатно имају мањи утицај на квалитет преноса у односу на атмосферске турбуленције и маглу. Негативни утицаји турбуленције укључују сцинтилације, изобличења, промену фазе, ширење снопа и померање снопа у вертикалном и хоризонталном правцу [15, 20-22]. Још један значајан проблем са FSO везама је што се ослањају на перформансе позиционирања. Грешке у системима за праћење, механичко одступање и вибрације снопа предајника услед појаве вибрирања зграда доводе до даљег погоршања перформанси као резултат грешака позиционирања [23-27]. Сви ови фактори су од суштинског значаја при планирању FSO система и стога се морају узети у обзир.

FSO технологија пружа комуникацију високог протока између две фиксне тачке на растојањима до неколико километара и то са великом флексибилношћу и исплативошћу. FSO системи користе врло уске ласерске снопове. Ово просторно ограничење пружа висок степен поновне употребе, својствену сигурност и робусност електромагнетним сметњама. Штавише, фреквенција коју користи FSO технологија је изнад 300 GHz, што је нелиценцирано у целом свету. Стога, FSO системи не захтевају накнаде за лиценцу. FSO системи су такође лако расположиви и могу се поново инсталирати без трошкова наменских оптичких веза.

Неке од карактеристика FSO система су:

- Подршка за ћелијске системе: Жичане везе попут закупљених водова T1/E1 и микроталасних веза обично се постављају између базних станица и мобилног комутационог центра у ћелијском систему. Све већи број сервиса мобилне телефоније са широким пропусним опсегом сада захтева примену технологија као што је FSO које омогућавају много већу пропусност.
- Редундантна веза и успостављање везе у непредвиђеним ситуацијама: Природне катастрофе и друге ванредне ситуације захтевају флексибилне и иновативне



одговоре. Привремене FSO везе могу се лако имплементирати у року од неколико сати у таквим ситуацијама у којима локална инфраструктура може бити оштећена или непоуздана.

- Безбедност: Данашњи криптосистеми су у могућности да понуде само рачунарску сигурност у оквиру ограничења конвенционалне рачунарске снаге. Заснована на чврстим законима физике, квантна криптографија пружа радикално другачије решење за шифровање и обећава безусловну сигурност. Квантни криптографски системи се обично разматрају заједно са оптичком инфраструктуром. FSO везе пружају свестрану алтернативу у случајевима када је постављање оптичких влакана скупо и/или неизводљиво.
- Радио-дифузија: У емитовању догађаја уживо као што су спорт и церемоније или телевизијско извештавање из удаљених подручја, сигнали са камере (или одређеног броја камера) морају се слати у возило за емитовање које је сателитским путем повезано са централном канцеларијом. Потребан висококвалитетни пренос између камера и возила може се обезбедити помоћу FSO везе. FSO везе су способне да задовоље и најзахтевније услове протока данашњих програма за емитовање UHDTV.

FSO системи су у почетку привлачили пажњу као ефикасно решење за проблем последње миље како би се премостио јаз између крајњег корисника и већ постојеће инфраструктуре оптичких влакана. Мобилни оператери су већ уложили значајна средства како би повећали капацитет својих влакана. Да би се у потпуности искористио постојећи капацитет, а тиме и генерисао приход, ово ширење окоснице мрежа требало би да буде праћено упоредивим растом на мрежи где крајњи корисници добијају приступ систему.

Предмет истраживања ове докторске дисертације је фокусиран на развој новог математичког модела за опис FSO канала и његову примену у различитим пропагационим окружењима, а све у циљу побољшања перформанси бежичних комуникационих система. Једно од главних питања у процесу анализе рада FSO система је избор одговарајућег математичког модела за функцију густине вероватноће (PDF - Probability Density Function) случајног променљивог сигнала који се простире у различитим условима атмосферске турбуленције. До сада је предложен велики број различитих модела расподеле канала за моделирање различитих нивоа утицаја

атмосферске турбуленције: Гама-Гама расподела [24, 28], Логаритамско-нормална расподела [29, 30], Негативна експоненцијална расподела [30, 31], К расподела [30], I-К расподела [32, 33], Рајсова [34, 35], Вејбулова расподела [30], Експоненцијална Вејбулова расподела [30, 36], Двострука генерализована Гама расподела [30], Малага расподела [12] и друге које се моделују у функцији од интензитета сигнала или односа сигнал-шум (SNR - Signal to Noise Ratio). За све ове моделе се показало да одговарају добијеним резултатима мерења у широком спектру услова турбуленције, будући да су сви формирану узимајући у обзир истовремени утицај како независних великих, тако и малих вртлога турбуленције. У [37, 38] је објашњено како Логаритамско-нормална - Рајсова расподела одлично одговара симулираним и експериментално добијеним подацима. Међутим, у [38] извршена је апроксимација PDF-а и кумулативне функције расподеле (CDF - Cumulative Density Function) Логаритамско-нормалног - Рајсовог модела, пошто се њихови облици не могу аналитички пратити у затвореним облицима. У [34, 39-42] је показано како Рајсов, односно Хи-квадрат (Chi-square) модел може ефикасно моделовати ефекте вртлога турбуленције у широком спектру услова.

Досадашња истраживања су показала да Гама-Гама модел и Рајс (Хи-квадрат) модел могу ефикасно моделовати ефекте вртлога турбуленција у различитим условима. Користећи се Гама-Гама моделом и Хи-квадрат моделом предложен је нови Гама - Хи-квадрат модел (Gamma - Chi-square). Предложен је нови, аналитички следљиви Гама - Хи-квадрат (Гама - Рајс) PDF модел, добијен као производ Гама и Хи-квадрат (Рајс) модела, односно модела који одлично представљају вртлоге турбуленције великих и малих размера. PDF модел је генерализован, узимајући у обзир ефекте погоршања перформанси услед фединга изазваног грешкама позиционирања у новодобијену Гама - Хи-квадрат расподелу, слично као што су ови ефекти узети у обзир у [24, 43, 44].

За описивање квалитета преноса сигнала у FSO системима користе се многе мере перформанси међу којима се издвајају однос сигнал-шум (SNR), вероватноћа отказа (OP - Outage Probability), средња вероватноћа грешке по биту (ABER - Average Bit Error Rate) и капацитет канала (CC - Channel Capacity) [45-48]. За одређивање перформанси система потребно је познавати статистику FSO канала.

Предложени модел испитан је у два случаја који изазивају погоршање перформанси FSO система: атмосферске турбуленције и грешка позиционирања. Такође, предложени модел испитан је и за различите модуларне формате који се примењују у FSO системима. Бројне модуларне технике могу бити примењене код

бежичних оптичких система, стога одређени фактори имају важну улогу приликом одабира модулације. Оптичка снага на предаји је ограничена, па је најбитније да примењена модулациона техника обезбеди енергетску ефикасност. За пренос сигнала у FSO системима се користи више модулационих формата, међу којима су најпопуларнији OOK (On-Off Keying), бинарна фазна модулација (BPSK - Binary Phase Shift Keying), диференцијална фазна модулација (DPSK - Differential Phase Shift Keying), поларизациона модулација (PolSK - Polarization Shift Keying), вишеимпулно-позициона модулација (MPPM - Multi-Pulse Pulse-Position) [49-56]. OOK формат је релативно једноставан, али не даје супериорне перформансе. BPSK формат захтева сложену имплементацију у демодулатору, али даје веома добре перформансе. DPSK формат захтева мање сложену имплементацију од BPSK, перформансе су лошије од BPSK, али знатно боље од OOK [57].

Користећи софтверске пакете Wolfram Mathematica, MATLAB и Origin нумерички и симулациони резултати представљени су табеларно и графички у функцији параметара преносног система и извршено је поређење резултата са одговарајућим мерама перформанси за стандардне моделе FSO канала.

У истраживање су укључена и различита пропагациона окружења као што су хибридни RF и FSO системи и бежичне сензорске мреже (WSN - Wireless Sensor Networks).

Због свих претходно наведених предности, FSO системи су нашли примену у многим комуникационим системима међу којима се издвајају и WSN мреже. Широка распрострањеност апликација за мерење и праћење, посебно у руралним подручјима и неприступачним регионима повећала је истраживања усмерена на развој WSN-а. WSN се састоји од великог броја сензорских чворова који су мултифункционални и имају ограничен извор енергије, па се енергија мора ефикасно користити. Један од главних изазова у WSN-у су ограничени енергетски ресурси на дистрибуираним чворовима мале величине. Конкретно, животни век мреже се контролише животним веком батерије, која се не може заменити нити напунити у неадекватним окружењима [58-61].

Примена FSO комуникација за WSN пренос ће донети значајне предности, као што су већи пропусни опсег, већа безбедност, мања величина предајних и пријемних антена и већа ефикасност преноса [58, 62]. Међутим, када се WSN примени у стварним сценаријима, FSO линк као његов преносни медијум ће бити под утицајем

атмосферских турбуленција, што узрокује проблеме као што су флукуације у интензитету сигнала пријемног информационог центра, као и сметње које ствара грешка позиционирања између пријемне антене и центра снопа сигнала узрокована некомплетном подударношћу [59, 63]. BER и други проблеми узроковани због поменута два феномена погоршавају ефикасност преноса WSN-а, а ограничени век трајања батерије је озбиљно погођен. Због тога је неопходно проучити индикаторе учинка као што је ABER FSO комуникационих линкова под сметњама у WSN како би се побољшала оперативна ефикасност читавих мрежа [64, 65]. Пребацивање начина преноса WSN-а са RF на FSO је превазишло многе недостатке. Иако WSN базиран на RF-у може да покрије велико подручје, перформансе јој нарушавају индуковане сметње, осетљива је на нападе, ограниченог је пропусног опсега и релативно велике потрошње енергије. Као такви, WSN базирани на FSO са својим бројним добрим предностима предложени су као одрживо решење које може заобићи све горе поменуте недостатке WSN-а заснованих на RF [64-70].

Циљ истраживања је био да се новоразвијени модел FSO канала искористи за моделовање FSO система у циљу побољшања перформанси бежичних комуникационих система. На основу добијених резултата утврђено је које параметре Гама - Хи-квадрат модела и параметре система треба користити на одређеним дужинама FSO линка, за које степене атмосферске турбуленције, као и за које модуларне формате како би се добио најпоузданији пренос сигнала у FSO систему. Користећи представљене резултате предвиђено је понашање FSO система за различите моделе модуларних формата и у различитим пропационим окружењима, што омогућава пројектантима бежичних комуникационих система да за жељене перформансе система направе рационална системска решења.

Докторска дисертација је подељена на осам поглавља - увод, шест тематских целина и закључак.

У **Уводу** дисертације дата су ближа појашњења сврха, циљ и намена истраживања са аспекта проучавања области, као и преглед досадашњих истраживања. Такође, представљена је методологија и алати истраживања као и структура и организација дисертације.

У **другом поглављу** дате су теоријске основе које се односе на FSO системе, статистичке моделе за описивање FSO канала, статистичке мере за описивање

перформанси FSO система, као и модулациони формати који се користе за модулисање сигнала у датим системима.

У **трећем поглављу** је извршена анализа перформанси FSO система када су моделовани са постојећим расподелама: Гама-Гама расподела, Логаритамско-нормална расподела, Негативна експоненцијална расподела, К расподела и I-K расподела. Анализа укључује понашање мера перформанси система са датим расподелама у различитим условима канала (слабљење, атмосферска турбуленција, грешка позиционирања) и за различите модулационе формате сигнала: DPSK, BPSK, OOK, PolSK и MPPM. Израчуната је вредност BER-а и урађени су графички прикази промене BER-а за различите параметре система и комбинације модела расподела и модулационе шеме.

**Четврто поглавље** обухвата развој новог модела FSO канала (Гама - Хи-квадрат). Детаљно је приказан поступак добијања новог модела расподеле, а представљен у форми PDF-а за два модела слабљења: у присуству искључиво атмосферске турбуленције и у присуству и атмосферске турбуленције и грешке позиционирања. За оба модела слабљења представљене су две форме PDF-а: први је PDF у зависности од интензитета сигнала, а други PDF у зависности од SNR-а. Како би се извео израз за PDF у зависности од SNR-а примењен је апарат математичког очекивања у циљу добијања тренутног и електричног SNR-а.

У **петом поглављу**, добијени PDF модели су употребљени за рачунање аналитичких израза за различите мере перформанси FSO система. Аналитички прорачуни обухватају сложене математичке апарате, решавање комплексних интеграла чија се решења свode на функције као што су Беселова (Bessel) функција друге врсте, Мајерова G (Meijer G) функција, Фоксова H (Fox H) функција. Одређени су аналитички изрази за следеће мере перформанси: вероватноћа отказа, ABER (при DPSK, BPSK, OOK, PolSK и MPPM модулацији) и капацитет канала за три алгорита. Мере перформанси су представљене и у форми графика у зависности од различитих параметара система и за различите нивое атмосферске турбуленције. Добијени резултати су упоређени са постојећим резултатима за друге моделе расподела канала FSO система.

**Шесто поглавље** се односи на примену Гама - Хи-квадрат модела у комбинованом систему бежичних сензорских мрежа (WSN) и FSO-а који се заснива на

CCR-у (Corner Cube Retroreflector). Израчунати су изрази за ABER за различите нивое атмосферске турбуленције, а нумерички резултати приказани у облику графика за различите вредности  $K$  фактора, дужине FSO линка и различите нивое атмосферске турбуленције.

У седмом поглављу је разматрана примене новоразвијеног модела у хибридном RF/FSO системима у циљу добијања бољих перформанси система. Разматран је хибридни RF/FSO систем где је за опис RF дела у хибридном систему коришћен Накагами- $m$  модел расподеле, а за опис FSO дела коришћен новоразвијени Гама - Хи-квадрат модел. Изведен је аналитички израз за вероватноћу отказа, а нумерички резултати су представљени у облику графика за различите параметре комуникационог система: Накагами фединг параметар  $m$ , праг, ABER,  $K$  фактор, дужину FSO линка и различите нивое атмосферске турбуленције.

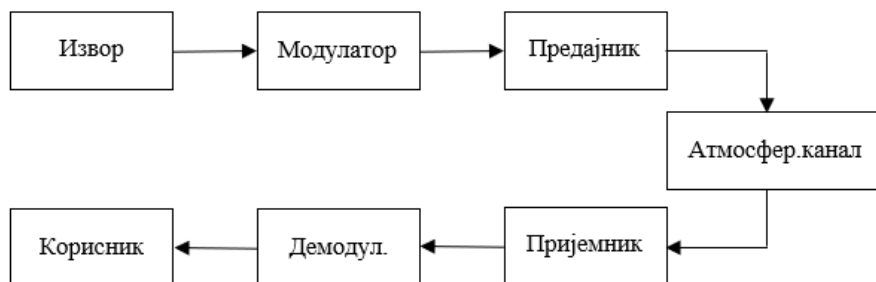
Након седмог поглавља дат је **Закључак** са освртом на карактеристике новоразвијеног модела, као и на целокупно спроведено истраживање. Представљене су предности предложеног модела у односу на постојеће моделе FSO канала.

Након закључка дата је листа референци коришћених у истраживању, списак скраћеница, слика и табела и биографија аутора.

## 2. FSO СИСТЕМ

### 2.1. Модел FSO система

Типичан FSO систем се састоји од модулятора, предајника, атмосферског канала, пријемника и демодулатора, као што је приказано на Слици 2.1. Сигнал се из извора доводи на модулатор у коме се примењује један од облика дигиталне модулационе шеме. Предајник шаље модулисани сигнал који се преноси кроз атмосферски канал моделован одређеном одговарајућом расподелом.



Слика 2.1. Блок дијаграм модела FSO система.

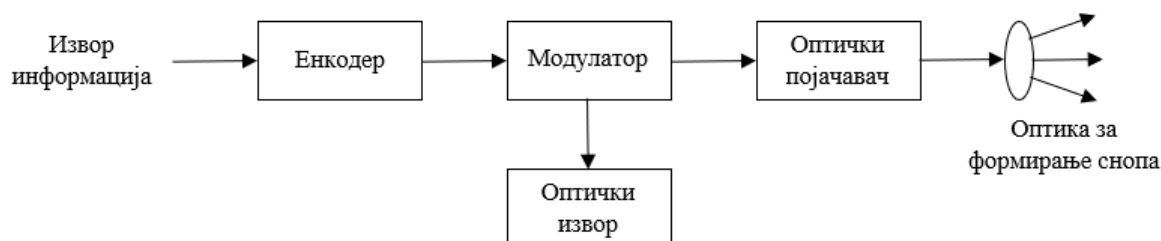
У FSO комуникационом систему, извор ствара информационе таласне облике који се затим модулишу уз оптички носилац. Креирано оптичко поље се потом израчи кроз атмосферу ка удаљеном одредишту. Примљено оптичко поље на пријемнику се затим у фотодетектору трансформише у електричну енергију. Пријемник обрађује детектовану електричну енергију како би реконструисао оригиналне пренете информације.

FSO системи обично раде на таласним дужинама у близини опсега инфрацрвеног зрачења, тј. од 750 nm до 1600 nm [3, 9]. Иако се атмосфера сматра веома чистом на таласним дужинама у близини инфрацрвеног зрачења, на одређеним таласним дужинама може доћи до велике апсорпције због присуства различитих

молекула у атмосфери. За неке посебне оптичке прозоре, који се налазе око специфичних таласних дужина од 850, 1060, 1250 и 1550 nm, слабљење може бити мање од 0,2 dB/km [71]. Занимљиво је да се прозори од 850 nm и 1550 nm поклапају са стандардним прозорима за пренос код оптичких система са влакнима. Због тога већина комерцијално доступних FSO система ради на ове две таласне дужине, тако да користе одговарајуће доступне готове компоненте. Остале таласне дужине као што су 10  $\mu\text{m}$  и таласне дужине ултраљубичастиг зрачења недавно су узете у обзир за FSO системе. Таласна дужина од 10  $\mu\text{m}$  има боље карактеристике преноса у условима магле [72, 73].

### 2.1.1. Оптички извори

Као што је приказано на Слици 2.2, предајник се састоји од оптичког извора, модулятора, оптичког појачавача (ако је потребно) и оптике за формирање снопа. Кодирање канала може се опционо користити пре модулације. Битови података из извора информација се прво кодирају, а затим модулишу. Модулисани ласерски снап затим пролази кроз оптички појачавач како би се појачао оптички интензитет. Светлосни снап се сабира и поново фокусира помоћу оптике која формира снап пре него што се пренесе.



Слика 2.2. Блок дијаграм FSO предајника.

Типични оптички извори у FSO системима су полупроводничка ласерска диода и LED (Light Emitting Diode) [74]. Избор између LED и ласера зависи од примене и конфигурације где ће се користити. На пример, LED диоде су пожељније за хибридне апликације (када негде има, а негде нема оптичке видљивости) на малим удаљеностима, које захтевају одређени степен покретљивости. То је зато што није потребно пажљиво позиционирање пријемника и предајника, с обзиром да емитују широки снап. Такође, LED диоде су генерално јефтиније и теже их је оштетити од ласерских диода и дозвољено им је да емитују веће оптичке снаге без оштећења



људског ока. Штавише, управљачка кола LED диоде су једноставнија и није им потребна стабилизација против температурних промена. С друге стране, ласери су често преферирани за брзе усмерене везе са директном видљивошћу у апликацијама на отвореном, јер је емисиони сноп ових извора узак. То значи да је оптичка снага по јединици површине већа што омогућава веће дужине FSO линка за пренос. Такође, ласери могу да се користе при вишим брзинама модулације од LED диода, што омогућава брз пренос података. Међутим, управљачка кола ласера су сложенија, а емитована снага је ограничена због безбедности очију. Такође, ласери су осетљиви на температурне варијације које модификују њихову спектралну емисију. Главне разлике између LED диода и ласера дате су у Табели 2.1.

Табела 2.1. Поређење карактеристика LED диода и ласера.

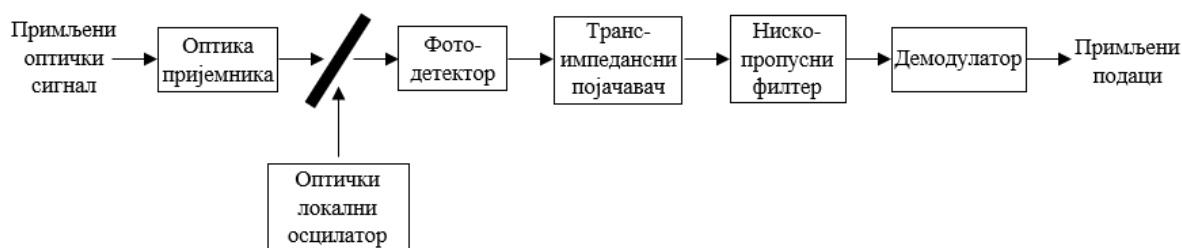
Карактеристике	LED диода	Ласер
Оптичка спектрална ширина	25 – 100 nm	0,1 – 5 nm
Усмереност	Широка (дивергенција > 15°)	Уска (< 10°)
Пропусни опсег модулације	Десетине KHz до стотине MHz	Десетине KHz до десетине GHz
Потребна специјална кола	Ниједно	Кола за компензацију прага и температуре
Безбедност очију	Сматра се сигурним за очи	Мора бити осигурано за очи
Поузданост	Висока	Умерена
Ефикасност електро/оптичке конверзије	10 – 20 %	30 – 70 %
Цена	Ниска	Умерена до висока

Оптички извор треба да пружа релативно велику оптичку снагу у широком температурном опсегу, а одговарајуће компоненте треба да буду мале величине и да имају малу потрошњу енергије. Сходно томе, VCSEL (Vertical Cavity Surface-Emitting Lasers) ласери се углавном користе за рад око 850 nm, док се Фабри-Перо (Fabry-Perot) ласери и ласери са дистрибуираном повратном спрегом (DFB - Distributed Feedback) углавном користе за рад на 1550 nm [72].

### 2.1.2. Оптички детектори

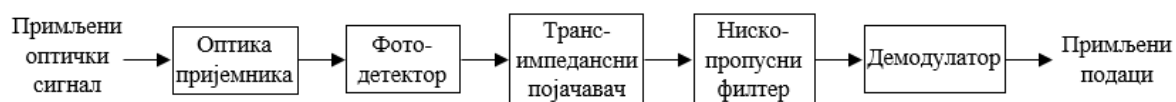
FSO системи се на основу типа детекције могу широко категорисати у две класе: некохерентни и кохерентни. У кохерентним системима (Слика 2.3) се може користити амплитудска, фреквенцијска или фазна модулација. На страни пријемника,

примљено поље се пре фотодетекције оптички комбинује са локално генерисаним оптичким пољем.



Слика 2.3. Блок дијаграм кохерентног FSO пријемника.

У некохерентним системима (Слика 2.4) се за пренос информација користи интензитет емитоване светлости. На страни пријемника, фотодетектор директно детектује промене интензитета светлости без потребе за локалним осцилатором. Ови системи су познати и као системи интензитетске модулације са директном детекцијом (IM/DD - Intensity Modulation/Direct Detection). Иако кохерентни системи нуде супериорне перформансе у смислу одбијања позадинског шума, ублажавања фединга изазваног турбуленцијом и веће осетљивости пријемника, IM/DD системи се обично користе у земаљским FSO везама због своје једноставности и ниске цене. У поређењу са IM/DD системима, примена кохерентних FSO система је релативно тежа [7, 39, 75, 76]. Кохерентна детекција је једна од техника која нуди изразите предности. Може да обезбеди већу осетљивост пријемника и побољша употребу канала. Поред тога, има много бољу просторну и фреквенцијску селективност јер се заснивају на употреби локалног осцилатора на пријемнику. Једна од највећих предности кохерентних система је способност употребе било које технике амплитудске, фреквенцијске или фазне модулације.



Слика 2.4. Блок дијаграм IM/DD FSO пријемника.

Предњи крај пријемника у IM/DD FSO системима састоји се од оптичких филтера и сочива који имају улогу примања и фокусирања снопа на фотодиоду. Излазна струја фотодиоде се затим претвара у напон помоћу трансимпедансног кола. Обично садржи отпорник оптерећења које се одређује на основу брзине преноса, динамичког опсега претвореног електричног сигнала, генерисаног термичког шума

пријемника и подударача импедансе са осталим деловима пријемника. Излаз трансимпедансног кола се затим филтрира кроз нископропусни филтер како би се ограничили нивои термичког и позадинског шума.

Што се тиче фотодиоде, SDD (Solid-State Devices) уређаји се углавном користе у комерцијалним FSO системима, јер имају добру квантну ефикасност за најчешће коришћене таласне дужине. Материјал споја може бити од Si, InGaAs или Ge, који су првенствено осетљиви на често коришћене таласне дужине и имају изузетно кратко транзитно време, што доводи до велике пропусности и брзог одзива детектора. Силицијумске фотодиоде имају максималну осетљивост око 850 nm, док су InGaAs фотодиоде погодне за рад на већим таласним дужинама, око 1550 nm. Германијумске фотодиоде се, међутим, ретко користе због релативно високог нивоа струје мрака (dark current) [72, 77].

Фотодиоде које се овде користе могу да буду PIN диоде или лавинске фотодиоде (APD - Avalanche Photodiode). PIN диоде се обично користе за FSO системе који раде на диметрима до неколико километара. Главни недостатак PIN фотодиоде је тај што перформансе пријемника постају веома ограничене термичким шумом. За веће дужине FSO линка углавном се користе APD диоде које пружају тренутно појачање захваљујући процесу јонизације. Недостатак APD диода је шум на њиховом излазу. Зато се APD појачање обично оптимизује у односу на снагу примљеног сигнала како би се максимизовао SNR [78-80].

У FSO везама великог домета користе се и оптички предпојачавачи како би се побољшале њихове перформансе. На таласној дужини од 1550 nm се често користи појачавач са влакнима допираним ербијумом (EDFA - Erbium-Doped Fiber Amplifier). Полупроводнички оптички појачавачи се такође могу користити на различитим таласним дужинама (укључујући 1550 nm). Употреба ових предпојачавача може послужити и за смањење сцинтилационог ефекта у режиму слабе турбуленције [81-83].

## **2.2. Модел FSO канала**

Атмосферски FSO канал је природни медијум за оптичку бежичну комуникацију на отвореном и у последњих десет година изазвао је значајну истраживачку пажњу као додатак RF везама. FSO канал има широк пропусни опсег и

може подржати много више корисника него RF канал. FSO користи широк фреквенцијски спектар, отпоран је на електромагнетне сметње и интерференцију са суседним каналима (због доброг дефинисаног уског снопа сигнала без слабљења снаге), а пружа и висок степен безбедности. FSO линкови у земаљској комуникацији су кратки и крећу се до неколико километара.

На светлосни сноп емитован од стране предајника утичу различити фактори приликом пропагације, односно пре него што стигне на пријемник. То укључује одређена слабљења и губитке у систему услед геометријских грешака, грешака позиционирања, атмосферских промена, фединга изазваног атмосферском турбуленцијом и шума.

### **2.2.1. Атмосферско слабљење**

На квалитет преноса сигнала у FSO системима највећи утицај имају атмосферске прилике. Атмосфера је мешавина гасова, молекула и честица које непрекидно добијају или губе енергију (топлоту). Постоји стално кретање ваздушних ћелија које узрокују турбуленцију у њима и које карактеришу нехомогени и динамички променљиви индекс преламања, густина и конзистенција ваздуха. На већину својстава FSO светлосног снопа атмосфера има веома велики утицај и изазива промене у поларизацији, апсорпцију, расејање и слабљење. Атмосферски ефекти на FSO систем могу узроковати појаве као што су ширење снопа, флукуације интензитета и фазе сигнала, сцинтилација [84-86].

Снег и киша знатно имају мањи утицај на квалитет преноса у односу на атмосферске турбуленције и маглу [84]. Величина честица кише и снега је много већа од таласне дужине оптичког сигнала који се преноси, па на FSO пренос релативно не утичу. У случају када су FSO системи постављени у градским срединама на растојањима мањим од 1 km, типичне вредности слабљења услед кише су обично реда од 3 dB/km. Само за врло јаке кише, слабљење може постати проблем на већим удаљеностима. За снег, слабљење може бити израженије од слабљења услед кише због много веће величине капљица. У ствари, утицај слабог снега до вејавице је приближно утицају слабе кише до умерене магле [5, 87, 88].

Када је пречник честица реда таласне дужине, резултујући коефицијент расејања је веома висок. Због тога су најштетнији услови магла и измаглица, јер се

састоје од малих честица полупречника блиских типичним таласним дужинама за FSO. Чак и услови умерене магле могу јако деградирати сигнале на краћим растојањима. Експериментална испитивања су забележила око 90 % губитка у преносној снази на дужини FSO линка од 50 m у умереној магли.

Када је у питању моделовање FSO канала важно је разматрати и ширину пропусног опсега канала. Док под ведрим временским условима, FSO канал има занемарљиво ширење услед кашњења, магла, умерена облачност и киша могу потенцијално резултирати временским ширењем оптичких импулса. То заузврат доводи до интерсимболичке интерференције и погоршава перформансе система. Међутим, с обзиром на типичне брзине преноса података FSO веза, ширење канала услед кашњења као резултат расејања снопа због магле или кише је практично занемарљиво.

### **2.2.2. Атмосферска турбуленција**

У FSO системима када ласерски сноп ступа у интеракцију са атмосферском турбуленцијом, његова поларизација и кохеренција флукутира услед случајних промена ваздушне масе дуж путање, а његова слабљења су променљива због несталних губитака снаге у читавој ваздушној маси дуж путање. Са комуникационе тачке гледишта, када сигнал стигне на пријемник, његов интензитет варира услед случајних временских и просторних флукуација оптичког снопа. Флукуација сигнала под утицајем атмосферске турбуленције назива се сцинтилацијом. Сцинтилације ласерског снопа главна су препрека за гигабитне брзине преноса података и оптичке комуникације на велике удаљености [4, 89, 90]. У FSO комуникационим везама, знање о сцинтилацији (мерено индексом сцинтилације) важно је за одређивање перформанси система. Постоје разне штетне карактеристике атмосферског канала које могу довести до озбиљног фединга сигнала, па чак и до потпуног губитка сигнала. Нехомогености температуре и атмосферског притиска, узроковане соларним загревањем и ветром, доводе до варијација индекса преламања ваздуха дуж преносне путање. Резултирајућа атмосферска турбуленција узрокује случајне флукуације и амплитуде и фазе примљеног сигнала, тј. фединг канала. То резултира значајним погоршањем перформанси система, посебно код преноса на велике даљине од око неколико километара [91-95].

Атмосферску турбуленцију углавном карактеришу три параметра: мали (inner scale) и велики (outer scale) вртлози турбуленције означени са  $l_0$  и  $L_0$ , и индекс преламања  $C_n^2$ , који се понекад назива и јачина турбуленције. Најприхваћенија теорија турбуленције је Колмогорова теорија, која каже да се кинетичка енергија из великих вртлога турбуленције преноси без губитака на вртлоге мањих размера, све до величине од неколико милиметара. Варијације фазе и амплитуде таласног фронта настају услед случајних промена индекса преламања у различитим вртлозима [85, 89].

Теоријска и експериментална испитивања флукуација интензитета примљеног сигнала углавном се усредсређују на индекс сцинтилације [4]:

$$\sigma_I^2 = \frac{E[I^2]}{E^2[I]} - 1, \quad (2.1)$$

где  $I$  означава флукуације интензитета примљеног оптичког таласа, док је  $E[\cdot]$  математичко очекивање.

Јачина турбуленције, односно слабе или јаке флукуације обично се класификују на основу вредности Ројтове варијансе, која се рачуна као:

$$\sigma_R^2 = 1.23 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}. \quad (2.2)$$

Параметар  $C_n^2$  означава индекс преламања који се користи као мера за јачину турбуленције. За хоризонталне путање пропагације параметар  $C_n^2$  се сматра константним са средњим вредностима од  $10^{-17} \text{ m}^{-2/3}$  до  $10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$  за канале од слабе до јаке турбуленције, респективно. Параметар  $k$  је таласни број, који се дефинише као  $k=2\pi/\lambda$  са таласном дужином  $\lambda$ , док је  $L$  растојање између предајника и пријемника, односно дужина пропагације оптичког сигнала.

Параметар  $\sigma_R^2$  се користи за класификацију режима турбуленције, попут слабе турбуленције ( $\sigma_R^2 < 1$ ), умерене турбуленције ( $\sigma_R^2 \approx 1$ ) и јаке турбуленције ( $\sigma_R^2 > 1$ ), док када  $\sigma_R^2 \rightarrow \infty$  у питању је режим засићења. У случају слабе турбуленције, може се претпоставити да је Ројтова варијанса приближно једнака индексу сцинтилације.

Иако индекс сцинтилације пружа карактеризацију јачине турбуленције на основу првог и другог момента интензитета, у литератури је истражена пуна статистичка карактеризација, а предложено је неколико статистичких модела канала за расподелу фединга изазваног турбуленцијом у FSO системима [96-100].

Најприхваћенији модел у условима слабе турбуленције је Логаритамско-нормална расподела. Овај модел је изведен на основу Ројтове апроксимације првог реда. Примењује се на FSO системе распоређене на релативно краткој удаљености у урбаним срединама. Међутим, експериментални подаци за пропагацију на већим дистанцама показали су да Логаритамско-нормална расподела није прикладна за режим умерене до јаке турбуленције. Негативна експоненцијална расподела је гранична расподела интензитета у режиму засићења и коришћена је у неколико радова за посматрање у условима јаке турбуленције. Рејлијева расподела је коришћена за моделовање граничних случајева јаких атмосферских турбуленција. К расподела се такође користи за режим јаке турбуленције. Значајан број истраживања су током година рађена са циљем успостављања универзалног модела који је применљив у условима било које врсте турбуленције. Ова истраживања се углавном ослањају на употребу двоструко стохастичке теорије сцинтилације у којој би велики и мали вртлози турбуленција требало да индукују рефрактивни и дифрактивни ефекат на сноп светлости. Са тим циљем развијени су бројне расподеле за моделовање FSO канала о којима ће бити више речи у Поглављу 3.

### **2.2.3. Грешка позиционирања**

Поред атмосферске турбуленције, грешка позиционирања је још један ефекат који може утицати на слабљење сигнала у каналу FSO система. Због погрешног усмеравања ласера на предајној и детектора на пријемној страни може доћи до грешке због лоше прецизности ласера (boresight).

Геометријске грешке настају услед дивергенције снопа при ширењу кроз атмосферу. Могу се израчунати на основу угла дивергенције, дужине FSO линка и величине отвора бленде сочива. При израчунавању геометријских грешака важан фактор је модел пропагације оптичког таласа. За хоризонталне FSO преносе, добра апроксимација је узети у обзир Гаусов профил за интензитет снопа. Када Гаусов сноп има релативно велику дивергенцију, његова статистичка својства су блиска случају тачкастог извора. У таквом случају могу се ефикасно користити апроксимације раванског или сферног таласа [24, 101].

Степен дивергенције снопа такође утиче на поравнање предајника и пријемника и праћење снопа на пријемнику. До грешке позиционирања долази у пракси углавном

због помераја или вибрација снопа, њихања зграде или грешака у систему праћења. Померај снопа резултат је нехомогености вртлога великих размера у атмосфери који узрокују случајна скретања оптичког снопа и као резултат тога сноп одступа од свог првобитног пута. Овај феномен је посебно важан за пропагације на великим дужинама FSO линка. С друге стране, вибрирање зграда резултат је различитих фактора, укључујући топлотно ширење, оптерећења ветром, мале земљотресе и вибрације. Због уског снопа предајника и обично малог видног поља пријемника, њихање зграде може проузроковати прекид комуникације. Грешке настале на овај начин представљају тзв. цитер (jitter) [44, 101-104].

Када се на страни пријемника не користи механизам за праћење, што је обично случај за FSO везе са дometом од неколико стотина метара, грешка позиционирања може се ублажити повећањем дивергенције снопа на предајнику. На великим удаљеностима (већим од једног километра), требало би да се користи узак сноп како би се избегле сметње због великих геометријских грешака, а употреба аутоматског усмеравања и праћења на пријемнику постаје неопходна како би се уклонили или смањили ефекти грешака позиционирања.

Модел грешке позиционирања која укључује ширину оптичког снопа на одређеној удаљености од предајника, полупречник кружног детектора и варијацију цитера може се описати као [26, 27, 44, 105]:

$$f_{I_p}(I_p) = \frac{\xi^2}{A_0^{\xi^2}} I_p^{\xi^2-1}, \quad 0 \leq I_p \leq A_0. \quad (2.3)$$

Параметар  $A_0 = [\text{erf}(v)]^2$  представља максималну примљену снагу када је радијални померај једнак нули, где је  $\text{erf}(\cdot)$  функција грешке, а  $v = \sqrt{\pi}a / (\sqrt{2}w_L)$  са  $a$  који је полупречник кружног детектора, док је  $w_L$  ширина оптичког снопа на удаљености  $L$  од предајника. Параметар  $\xi = w_{Leq} / (2\sigma_s)$  је однос еквивалентног полупречника снопа на пријему  $w_{Leq}$  и стандардне девијације цитера на пријему  $\sigma_s$ , где је  $w_{Leq}^2 = w_L^2 \sqrt{\pi} \text{erf}(v) / (2v e^{-v^2})$ .



## 2.3. Статистички модели за опис простирања сигнала у FSO системима

Доминантан извор шума у FSO комуникационом систему су флукуације интензитета и фазе сигнала изазване атмосферском турбуленцијом, тј. сцинтилација. Већи отвор бленде (сабирна сочива) може помоћи у смањењу ефеката сцинтилације и побољшању односа сигнал-шум. Критеријуми за пројектовање, као што су ниво прага детектора, вероватноћа детекције, средње време трајања фединга и однос сигнал-шум захтевају познавање PDF-а примљеног интензитета оптичког поља. PDF примљеног интензитета по својој природи је нестационаран и зависи од параметара атмосферске турбуленције, карактеристика преноса снопа и параметара дизајна пријемника, као што су величина отвора бленде и ширина опсега. Ипак, тачан PDF примљеног интензитета је неопходан за изградњу робусне и поуздане FSO комуникације.

За дизајн комуникационе везе високих перформанси за атмосферски FSO канал од велике је важности описати канал помоћу одговарајућег модела. Постоји више модела за здружену расподелу амплитуда, мада ниједан није универзално прихваћен, јер су атмосферски услови очигледно битни. Модели који се издвајају за описивање простирања сигнала у FSO системима са атмосферском турбуленцијом су: Гама-Гама расподела, Логаритамско-нормална расподела, Негативна експоненцијална расподела, К расподела, I-K расподела, Рајсова расподела, Рејлијева расподела, Накагами- $m$ , Вејбулова расподела, Експоненцијална Вејбулова расподела, Двострука генерализована Гама расподела, Малага расподела и друге које се моделују у функцији од интензитета сигнала или односа сигнал-шум.

### 2.3.1. Гама-Гама расподела

Гама-Гама расподела се користи за моделовање атмосферског канала у слабој, умереној и јакој атмосферској турбуленцији и пружа добре резултате у поређењу са експерименталним.

Модел Гама-Гама турбуленције заснован је на модулационом процесу где се претпоставља да се флукуација интензитета која прелази кроз турбулентну атмосферу састоји од ефеката малих и великих размера [24, 28, 30, 53, 81]. Првом доприносе

вртложне ћелије мање од Френелове зоне или полупречника кохеренције, док су други ефекти настали због вртлога турбуленције већих од прве Френелове зоне. Претпоставља се да су вртлози малих размера модулисани вртлозима великих размера. Сходно томе, интензитет примљеног сигнала  $I$  дефинисан је као производ два статистички независна случајна процеса  $I_x$  и  $I_y$ , тј.

$$I = I_x I_y \quad . \quad (2.4)$$

Случајни процеси  $I_x$  и  $I_y$  произлазе из вртлога турбуленције великих и малих размера који су описани Гама расподелом:

$$f(I_x) = \frac{\alpha (\alpha I_x)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{-\alpha I_x}, \quad I_x > 0, \quad \alpha > 0 \quad , \quad (2.5)$$

$$f(I_y) = \frac{\beta (\beta I_y)^{\beta-1}}{\Gamma(\beta)} e^{-\beta I_y}, \quad I_y > 0, \quad \beta > 0 \quad . \quad (2.6)$$

Функција густине вероватноће за Гама-Гама модел у функцији од интензитета који се заснива на претпоставци да су ефекти и великих и малих размера регулисани расподелом Гама, дата је изразом:

$$f(I) = \frac{2(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} I^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} K_{\alpha-\beta}(2\sqrt{\alpha\beta I}) \quad , \quad (2.7)$$

где  $\Gamma(\cdot)$  представља Гама функцију, а  $K_\nu(\cdot)$  је модификована Беселова функција друге врсте  $\nu$ -тог реда. Параметри  $\alpha$  и  $\beta$  представљају ефективан број вртлога великих и малих размера, респективно. Ови параметри су повезани са радном фреквенцијом, отвором бленде сочива и растојањем између предајника и пријемника, односно дужином пропагације оптичког сигнала. Параметри  $\alpha$  и  $\beta$  су параметри атмосферске турбуленције који описују сцинтилацију раванских таласа, а у случају када је  $l_0=0$  („zero inner scale“). Ако се претпостави да је у питању равански талас, ови параметри  $\alpha$  и  $\beta$  који карактеришу флукуације интензитета (сцинтилацију) могу се изразити као:

$$\alpha = \left[ e^{\left[ \frac{0.49\sigma_R^2}{(1+1.11\sigma_R^{12/5})^{7/6}} - 1 \right]} \right]^{-1} \quad , \quad (2.8)$$

$$\beta = \left[ \begin{array}{c} \frac{0.51\sigma_R^2}{(1+0.69\sigma_R^{12/5})^{5/6}} \\ -1 \end{array} \right]^{-1}, \quad (2.9)$$

где  $\sigma_R^2$  представља Ројтову варијансу описану једначином (2.2).

### 2.3.2. Логаритамско-нормална расподела

Атмосферска турбуленција нарушава перформансе FSO везе узрокујући да примљени оптички сигнал насумично варира, што доводи до нестајања сигнала. Јачина фединга зависи од дужине везе, таласне дужине оптичког сигнала и параметра структуре индекса преламања  $C_n^2$  канала. Логаритамско-нормална расподела се обично користи за моделовање атмосферског канала у слабој и умереној атмосферској турбуленцији и погодна је за карактеризацију FSO комуникација у условима ведрога неба преко неколико стотина метара. Овај модел је математички изводљив и карактерише га Ројтова варијанса  $\sigma_R^2$ . Фединг који изазива турбуленција се сматра слабим када је  $\sigma_R^2 < 1$  и ово дефинише границу ваљаности Логаритамско-нормалне расподеле [29, 30].

Код Логаритамско-нормалне расподеле се претпоставља да се интензитет светлости ласера  $I$  која прелази атмосферску турбуленцију нормално распоређује са средњом вредношћу  $\sigma_R^2/2$ . Тако је функција густине вероватноће Логаритамско-нормалне расподеле у функцији од интензитета на пријемнику дата са:

$$f_I(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_I^2}} \frac{1}{I} e^{-\frac{\left(\ln(I) + \frac{\sigma_I^2}{2}\right)^2}{2\sigma_I^2}}, \quad (2.10)$$

где параметар  $\sigma_I$  представља индекс сцинтилације дефинисан једначином (2.1) [90].

### 2.3.3. Негативна експоненцијална расподела

Негативна експоненцијална расподела се може користити за моделовање канала у условима јаке атмосферске турбуленције или када индекс сцинтилације износи 1.

Негативна експоненцијална расподела се може користити за комуникацију на веће даљине реда неколико километара [30, 31, 93].

Функција густине вероватноће за Негативни експоненцијални модел дата је изразом:

$$f_I(I) = \frac{1}{I_0} e^{-\frac{I}{I_0}}, \quad (2.11)$$

где је  $I_0$  средња вредност примљеног интензитета.

### 2.3.4. Рајсова расподела

Рајсов модел турбуленције показао се као најприкладнији за сценарије турбуленције који се јављају у земаљској комуникацији преко ретко насељених подручја и предграђа [34, 35, 39]. Функција густине вероватноће амплитуде фединга Рајсове расподеле дата је следећим изразом:

$$f_{\alpha_a}(\alpha_a) = \frac{2\alpha_a(1+K)}{\alpha_a^2} e^{-K - \frac{(1+K)\alpha_a^2}{\alpha_a^2}} I_0 \left( 2\alpha_a \sqrt{\frac{K(1+K)}{\alpha_a^2}} \right), \quad (2.12)$$

где је  $I_0(\cdot)$  модификована Беселова функција прве врсте нултог реда. Параметар  $\alpha_a$  представља ефективну флукуацију фединга у FSO каналу, односно утицај флукуације амплитуде и фазе оптичког поља ( $\alpha_a^2 = \alpha_r^2 + \alpha_i^2$ ), са средњом вредности  $\overline{\alpha_a^2}$ .  $K$  фактор је однос снаге LOS компоненте и средње снаге компоненте расејања и дат је са:

$$K = \left[ \frac{\overline{\alpha_a^2}}{\sqrt{\overline{\alpha_r^4} + 2\overline{\alpha_r^2}(\sigma_i^2 - \sigma_r^2) - (\sigma_i^2 - \sigma_r^2)^2}} - 1 \right]^{-1}, \quad (2.13)$$

док је:

$$\overline{\alpha_a^2} = \sigma_i^2 + \sigma_r^2 + \overline{\alpha_r^2}, \quad (2.14)$$

са параметрима израженим у зависности од таласног броја  $\kappa=2\pi/\lambda$ , индекса преламања  $C_n^2$  и дужине пропагације. Амплитудне и фазне флукуације оптичког поља дефинишу

статистику интензитета фединга, тј.  $\alpha_r$  и  $\alpha_i$  представљају реални и имагинарни део параметра  $\alpha_a$  и важи да је:

$$\begin{aligned} \overline{\alpha_r} &= e^{-(\sigma_\chi^2 + \sigma_\phi^2)/2} \\ \overline{\alpha_i} &= 0 \\ \sigma_r^2 &= (1/2G) \left( 1 + e^{-2\sigma_\phi^2} - 2e^{-\sigma_\chi^2 - \sigma_\phi^2} \right), \\ \sigma_i^2 &= (1/2G) \left( 1 + e^{-2\sigma_\phi^2} \right) \end{aligned} \quad (2.15)$$

где је  $\sigma_\chi^2$  Логаритамско-амплитудна варијанса која је дата као:  $\sigma_\chi^2 = 0.307C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}$ ,  $\sigma_\phi^2$  је резидуална варијанса фазе, а  $G$  је број подручја унутар којег је примљени таласни фронт приближно кохерентан.

Параметар  $K$  се креће од 0 до  $\infty$ . Може се показати да када је доминантан параметар врло слаб ( $K \rightarrow 0$ ), интензитет фединга  $\alpha_a$  постаје негативно-експоненцијално распоређен. Слично томе, када је доминантан параметар врло јак ( $K \rightarrow \infty$ ), функција густине вероватноће достиже вршне вредности око средње вредности  $\overline{\alpha_a^2}$  и нема фединга који треба узети у обзир. Када је  $K$  велико, може се показати да је функција густине вероватноће од  $\alpha_a$  приближна Гаусовој расподели са средњом вредности  $\overline{\alpha_a^2}$ .

### 2.3.5. К расподела

К расподела се користи за моделовање атмосферског канала у јакој атмосферској турбуленцији. Експериментални подаци К расподеле се добро уклапају са теоријским подацима [30, 93, 100].

К расподела представља производ Негативне експоненцијалне расподеле описане са (2.11) и Гама расподеле описане са (2.5), па се за њену функцију густине вероватноће добија:

$$f_I(I) = \frac{2\alpha^{\frac{\alpha+1}{2}}}{\Gamma(\alpha)} I^{\frac{\alpha-1}{2}} K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha I}), \quad (2.16)$$

где је параметар  $\alpha$  дефинисан једначином (2.8).

Индекс сцинтилације предвиђен К расподелом поприма облик  $\sigma_I^2 = 1 + 2/\alpha$ , који увек премашује 1, али јој се приближава када  $\alpha \rightarrow \infty$ . Када  $\alpha \rightarrow \infty$ , Гама расподела се приближава делта функцији и К расподела се своди на Негативну експоненцијалну расподелу. Према томе, К расподела не важи под slabим флукуацијама интензитета за које је индекс сцинтилације мањи од 1. Један покушај проширења К расподеле за случај slabих флукуација довео је до I-К расподеле. Међутим, примећени су недостаци и у К и у I-К моделима када се упоређују ове функције густине вероватноће са измереним подацима о интензитету у атмосферској турбуленцији. Није било једноставно повезати математичке параметре са атмосферском турбуленцијом и зато има ограничену примену и употребу.

### 2.3.6. I-К расподела

Генерализовани облик К расподеле који је применљив на све услове атмосферске турбуленције, укључујући слабу турбуленцију за коју К расподела није погодна, је I-К расподела. За I-К расподелу, поље оптичког таласа моделовано је као збир кохерентне (детерминистичке) компоненте и случајне компоненте [30, 32, 33, 93].

I-К расподела се користи за моделовање атмосферског канала у слабој и јакој атмосферској турбуленцији.

I-К расподела у функцији интензитета дата је изразом:

$$f_I(I) = \begin{cases} 2\alpha(1+\rho) \left(1 + \frac{1}{\rho}\right)^{\frac{\alpha-1}{2}} I^{\frac{\alpha-1}{2}} K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha\rho}) I_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha(1+\rho)I}), & 0 < I < \frac{\rho}{1+\rho} \\ 2\alpha(1+\rho) \left(1 + \frac{1}{\rho}\right)^{\frac{\alpha-1}{2}} I^{\frac{\alpha-1}{2}} I_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha\rho}) K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha(1+\rho)I}), & I > \frac{\rho}{1+\rho} \end{cases}, \quad (2.17)$$

где је  $I_\nu(\cdot)$  модификована Беселова функција прве врсте  $\nu$ -тог реда.

Нормализована I-К расподела дата у једначини (2.17) укључује два емпиријска параметра  $\rho$  и  $\alpha$  чије се вредности бирају подударом прва три нормализована момента расподеле. Параметар  $\alpha$  дефинисан је једначином (2.8). Параметар  $\rho$  је мера односа снага средњих интензитета кохерентне и случајне компоненте поља. За изузетно слабо расејање,  $\rho$  је релативно велико, јер пољем доминира кохерентна компонента. Однос снаге се монотонно смањује како се повећава јачина турбуленције и

заправо мора на крају бити нула у режиму засићења. Правилним одабиром вредности  $\alpha$  и  $\rho$  могу се добити и режим слабог расејања и режим јаког расејања. Због симетрије функционалних облика који укључују Беселове функције прве и друге врсте ( $I$  и  $K$ ), ова расподела је и добила назив I-K расподела. I-K расподела се своди на K расподелу када је  $\rho=0$ .

### 2.3.7. Инверзно-Гаусова (I-G) расподела

Инверзно-Гаусова расподела (I-G) моделована је као алтернатива Логаритамско-нормалној расподели. I-G расподела се користи за моделовање атмосферског канала у слабој атмосферској турбуленцији [30]. Функција густине вероватноће I-G расподеле дата је као:

$$f(I) = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi I^3}} e^{-\frac{\lambda(1-\mu)^2}{2\mu^2 I}}, \quad I > 0, \quad (2.18)$$

где је  $\mu > 0$  средња вредност параметра флукуације и  $\lambda > 0$  параметар размере расподеле. За MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) FSO систем са индексом сцинтилације мањим од 0,35, Логаритамско-нормална расподела се ефикасно апроксимира Инверзно-Гаусовим моделом, а како се број пријемних и предајних отвора бленде повећава, тачност I-G модела такође расте. Гама расподела не одговара вредностима Логаритамско-нормалне расподеле, али I-G расподела се добро уклапа са вредностима Логаритамско-нормалне расподеле у флукуацијама великих размера.

### 2.3.8. Двострука Вејбулова расподела

Двострука Вејбулова расподела је производ две Вејбулове променљиве које су случајне природе. Двострука Вејбулова расподела се користи за моделовање атмосферског канала у умереној и јакој атмосферској турбуленцији. Вејбулова расподела статистички дефинише фединг малих и великих размера који је повезан са сцинтилацијом и Ројтовом варијансом [30, 46]. Функција густине вероватноће двоструке Вејбулове расподеле дата је изразом:

$$f(I) = \frac{\beta_2 k (kl)^{\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{\frac{1+k}{2}-1}} I^{-1} G_{k+1,0}^{0,k+1} \left[ \left( \frac{\Omega_2}{I\beta_2} \right)^k k^k I^k \Omega_1^k \left| \begin{matrix} \Delta(l;0), \Delta(k;0) \\ - \end{matrix} \right. \right], \quad (2.19)$$

где је  $G_{p,q}^{m,n}[\cdot]$  Мајерова G функција,  $\Delta(j;x) \square \frac{x}{j}, \dots, \frac{x+j-1}{j}$ ,  $k$  и  $l$  су позитивне целобројне вредности које задовољавају услов  $\frac{l}{k} = \frac{\beta_2}{\beta_1}$ . Параметри  $\beta_1$  и  $\beta_2$  су параметри који описују интензитет турбулентних вртлога великих и малих размера, док  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  представљају просечну снагу канала. Двострука Вејбулова расподела даје боље резултате у погледу поклапања са експерименталним подацима у умереној атмосферској турбуленцији када се посматра за вредности  $\beta_2=1,318$ ,  $\beta_1=1,522$ ,  $\Omega_1=1,171$  и  $\Omega_2=1,114$ .

### 2.3.9. Експоненцијална Вејбулова расподела

С обзиром да је опсег градских FSO веза величине стотина метара до неколико километара, што је много краће од распона просторних FSO веза, то је величина оптичког поља упоредива са величином отвора бленде пријемника. У овом случају, модел Гаусовог снопа с коначном ширином погоднији је за карактеризацију својстава ширења пренесеног оптичког таласа, а величина отвора бленде пријемника не може бити занемарљива с обзиром на ширину снопа на пријемнику. Расподела која даје добре резултате међу функцијама густине вероватноће флукуација интензитета када су у питању отвори бленде пријемника коначне величине јесте Експоненцијална Вејбулова расподела [30, 36, 52, 59].

Експоненцијална Вејбулова расподела представља генерализацију Вејбулове расподеле уз додатак још једног параметра. Користи за моделовање расподеле примљене оптичке снаге у оптичким везама слободног простора. Функција густине вероватноће Експоненцијалне Вејбулове расподеле је описана као:

$$f(I) = \frac{\alpha\beta}{\eta} \left(\frac{I}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{I}{\eta}\right)^\beta} \left\{ 1 - e^{-\left(\frac{I}{\eta}\right)^\beta} \right\}^{\alpha-1}, \quad (2.20)$$

где је  $\eta > 0$  средња вредност интензитета и зависи од  $\beta$ ,  $\beta > 0$  је параметар облика и зависи од индекса сцинтилације,  $\alpha > 0$  је додатни параметар облика који зависи од величине отвора бленде пријемника. Када је  $\alpha=1$  Експоненцијална Вејбулова расподела се своди на Вејбулову расподелу. Ова расподела је погодна за моделовање атмосферског канала у свим уловима атмосферске турбуленције.



### 2.3.10. Двострука генерализована Гама расподела

Двострука генерализована Гама расподела (Double GG - Double Generalized Gamma Distribution) производ је две генерализоване Гама расподеле које су флукуације вртлога малих и великих размера [30, 99]. Ова расподела одговара свим условима турбуленције и садржи већину постојећих модела канала у литератури као њени посебни случајеви. Фулксија густине вероватноће двоструке генерализоване Гама расподеле дата је као:

$$f(I) = \frac{\gamma_2 p p^{\beta_2-1/2} q^{\beta_1-1/2} (2\pi)^{1-(p+q)/2} I^{-1}}{\Gamma(\beta_1)\Gamma(\beta_2)} G_{p+q,0}^{0,p+q} \left[ \left( \frac{\Omega_2}{I^{\gamma_2}} \right)^p \frac{p^p q^q \Omega_1^q}{\beta_1^q \beta_2^p} \middle| \Delta(q:1-\beta_1), \Delta(p:1-\beta_2) \right], \quad (2.21)$$

где су  $\Delta(j;x) \square \frac{x}{j}, \dots, \frac{x+j-1}{j}$ ,  $p$  и  $q$  позитивне целобројне вредности које задовољавају

услов  $\frac{p}{q} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$ , где су  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  параметри расподеле за Двоструку генерализовану Гама

расподелу. Параметри  $\beta_1$  и  $\beta_2$  су параметри који описују интензитет турбулентних вртлога великих и малих размера, док  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  представљају просечну снагу канала.

Двострука генерализована Гама расподела може да се подудара са осталим моделима канала због варијације у параметрима. Када  $\gamma_i$  тежи 0, а  $\beta_i$  тежи 1 двострука генерализована Гама расподела се своди на Логаритамско-нормалну расподелу, када је  $\gamma_i=1$ ,  $\Omega_i=1$ ,  $\beta_2=1$  постаје К расподела, када је  $\gamma_i=1$ ,  $\Omega_i=1$  постаје Гама-Гама расподела, а када је  $\beta_i=1$ , она се своди на двоструку Вејбулову расподелу.

## 2.4. Статистички параметри за описивање квалитета преноса сигнала у FSO системима

За описивање квалитета преноса сигнала у FSO системима користе се многе перформансе међу којима се издвајају однос сигнал-шум (SNR), вероватноћа отказа, средња вероватноћа грешке по биту (ABER) и капацитет канала. За одређивање перформанси система потребно је познавати статистику FSO канала.

SNR је мера која упоређује ниво жељеног сигнала са нивоом шума. Дефинише се као однос снаге сигнала и снаге шума. На основу вредности SNR-а могу се проценити перформансе и квалитет телекомуникационих система. За најбоље резултате он мора бити што већи. SNR се може побољшати различитим методама, као што су повећање јачине сигнала, филтрирање и смањење нежељених шума или коришћење техника корекције грешака.

Вероватноћа отказа дефинисана је као вероватноћа да грешка у систему пређе максимално прихватљиви праг, односно као вероватноћа да је сигнал мањи од прага отказа [46, 48, 106, 107]. С обзиром да представља вероватноћу да систем направи грешку већу од одређене границе, често се користи као мера поузданости система. Та граница, тј. праг се одређује тако да јасно обезбеђује захтевани квалитет преноса. Математички гледано може се рећи да се вероватноћа отказа може изразити као CDF тренутног SNR-а:

$$P_{out} = \Pr[\gamma < \gamma_0] = \int_0^{\gamma_0} f_\gamma(\gamma) d\gamma, \quad (2.22)$$

где је са  $\Pr[\cdot]$  означена вероватноћа,  $\gamma_0$  је ниво отказа, а  $f_\gamma(\gamma)$  представља PDF тренутног SNR-а.

ABER представља однос броја погрешно примљених битова и укупног броја пренетих битова током посматраног временског интервала. Број погрешно примљених битова је број примљених битова тока података преко комуникационог канала који су измењени због шума, сметњи, изобличења или грешака у синхронизацији битова. Због тога, ABER представља једну од најбитнијих мера квалитета бежичних комуникационих система. Да би се одредио ABER потребно је познавати PDF, тј. ABER зависи од статистике канала и од примењене модулационе технике. PDF примљеног сигнала је по природи нестационарна и зависи од параметара атмосферске турбуленције, тако да ABER пружа добру слику о квалитету преноса сигнала у FSO системима [12, 25, 44, 47].

Ефикасно коришћење пропусног опсега спада у примарне циљеве у бежичним комуникационим системима. Стога је капацитет канала једна од важних карактеристика у дизајну бежичних система, јер одређује максималну могућу пропусност система. Може се дефинисати као просечна брзина преноса података за дату средњу предајну снагу и одређени ниво вероватноће отказа или вероватноће

грешке по биту на пријему [27, 41, 43, 107-109]. Применом одговарајућих модулационих шема може се постићи већи капацитет канала по јединичном пропусном опсегу. Међутим, FSO линкови су веома изложени сметњама које деградирају сигнал, што доводи до озбиљног погоршања SNR-а. Ефикасна шема која се може користити за превазилажење оваквих утицаја је адаптивни пренос. То се постиже адаптацијом основних параметара емитованог сигнала, као што су ниво предајне снаге, брзина битова, брзина кодирања итд. Како би прилагођавање параметара било адекватно, адаптивни пренос се заправо заснива на процени стања канала на пријемној страни и повратној информацији о том стању назад ка предајнику. Прецизна процена стања канала на пријемнику и поуздана повратна спрега између тог процењивача, односно пријемника и предајника је неопходна за постизање добрих перформанси адаптивног преноса. Широко прихваћени алгоритми за адаптацију су: алгоритам за оптимално прилагођавање брзине преноса података са константном снагом (ORA - Optimum Rate Adaption with Constant Power), алгоритам за прилагођавање брзине преноса података са оптималном снагом (OPRA - Optimum Power and Rate Adaption), алгоритам за инверзију канала са фиксном брзином преноса података (CIFR - Channel Inversion with Fixed Rate) и редуковани CIFR алгоритам (TIFR - Truncated CIFR) [110-112].

Ако се снага предајника одржава константном док се брзина преноса података оптимално мења са фединггом канала, нормализовани капацитет применом ORA алгоритма добија се као:

$$\langle C \rangle_{ORA} = B \int_0^{\infty} \log_2(1 + \gamma) f_{\gamma}(\gamma) d\gamma \quad , \quad (2.23)$$

где  $B$  представља пропусни опсег канала изражен у Hz, а  $f_{\gamma}(\gamma)$  је PDF тренутног SNR-а  $\gamma$ .

Овај алгоритам се може применити са смањеном сложености и практичнији је од оптималне истовремене адаптације снаге и брзине.

У OPRA алгоритму ниво снаге и параметри брзине преноса података варирају у зависности од променљивих услова канала. Њиме се постиже ергодични капацитет система, тј. максимална достижна средња брзина коришћењем адаптивног преноса. Међутим, OPRA алгоритам није погодан за све апликације јер се за неке од њих захтева фиксна брзина. У случају примене OPRA алгоритма, капацитет канала је дефинисан као:

$$\langle C \rangle_{OPRA} = B \int_{\gamma_0}^{\infty} \log_2 \left( \frac{\gamma}{\gamma_0} \right) f_{\gamma}(\gamma) d\gamma , \quad (2.24)$$

где је  $\gamma_0$  гранична вредност тј. ниво отказа која мора да задовољи следећи услов:

$$\int_{\gamma_0}^{\infty} \log_2 \left( \frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma} \right) f_{\gamma}(\gamma) d\gamma = 1 . \quad (2.25)$$

CIFR алгоритам је прилично другачији од прва два алгоритма јер одржава константну брзину преноса података и прилагођава своју снагу инверзији канала. CIFR алгоритам постиже оно што је познато као капацитет прекида система, а то је максимална константна брзина преноса података која може бити подржана за све услове канала са извесном вероватноћом отказа система. Међутим, капацитет инверзије канала је увек мањи од капацитета претходна два алгоритма пошто је брзина преноса фиксна. С друге стране, пренос константне брзине је потребан у неким апликацијама и вредан је губитка у постигнутом капацитету. Капацитет канала постигнут овом техником се може представити као:

$$\langle C \rangle_{CIFR} = B \log_2 \left( 1 + \frac{1}{\int_0^{\infty} \frac{1}{\gamma} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma} \right) . \quad (2.26)$$

С обзиром да би CIFR алгоритам могао да доведе до великог губитка капацитета, предложена је и благо модификована верзија овог алгоритма - TIFR, која инвертује канал само изнад нивоа отказа  $\gamma_0$ . Утврђено је да је нормализовани капацитет канала у овом случају:

$$\langle C \rangle_{TIFR} = B \log_2 \left( 1 + \frac{1}{\int_{\gamma_0}^{\infty} \frac{1}{\gamma} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma} \right) (1 - P_{out}) , \quad (2.27)$$

где је  $P_{out}$  вероватноћа отказа дефинисана као вероватноћа да SNR падне испод прага  $\gamma_0$ , који се може изабрати тако да максимизира капацитет канала или да минимизира вероватноћу отказа.

## 2.5. Модулациони формати за пренос сигнала у FSO системима

Систем оптичког преноса подразумева модулацију оптичког сигнала, његов пренос, детекцију и демодулацију. У FSO комуникационим системима интензитет оптичког извора је модулисан за пренос сигнала преко канала. Оптички сигнал се може модулисати у својој амплитуди, фреквенцији, фази и поларизацији. Постоје различити типови модулационих формата погодних за FSO системе који се разматрају у односу на просечну примљену оптичку снагу потребну за постизање захтеваног BER-а при датој брзини података. Пожељно је да модулациона шема буде енергетски ефикасна како би се максимизирао однос вршне и просечне снаге. Најједноставнија и најчешће коришћена модулациона шема у FSO је интензитетска модулација која се заснива на директној детекцији (IM/DD). Енергетска ефикасност, искоришћеност пропусног опсега, захтеви једноставног дизајна, ниска цена имплементације и отпорност на сметње позадинског зрачења су фактори које треба узети у обзир при избору модулационе шеме.

За пренос сигнала у FSO системима се користи више модулационих формата, међу којима су најпопуларнији OOK, BPSK, DPSK, PolSK, MPPM модулација.

### 2.5.1. On-Off Keying (OOK) модулација

У свом најједноставнијем облику, FSO системи користе OOK модулациону шему, где су бинарна „1“ и бинарна „0“ представљени присуством („on“), односно одсуством („off“) оптичког импулса. Једноставност модулационе шеме OOK огледа се у чињеници да оптички импулс који представља бинарни симбол „1“ узима цео сигнални интервал. IM/DD помоћу OOK је најједноставнија шема и широко се примењује у комерцијално доступним FSO системима. OOK је веома осетљив на турбуленцију канала [29, 80, 113].

Главни недостатак OOK IM/DD модулације је потреба за подешавањем прага при детекцији. За оптималну детекцију сигнала на пријемнику потребно је знати тренутни коефицијент федингa канала како би се одредио праг. Информације о стању канала (CSI - Channel State Information) могу се у пракси проценити са добром

тачношћу користећи неколико пилот симбола [114]. Ниво прага у стандардном ООК FSO систему обично је фиксиран на половини опсега између очекиваних нивоа бинарних симбола.

За један овакав FSO систем вероватноћа грешке се може одредити на следећи начин:

$$P_e = P(1)P(0|1) + P(0)P(1|0) \quad , \quad (2.28)$$

где су  $P(1)$  и  $P(0)$  вероватноће да је примљена бинарна „1“, односно бинарна „0“, респективно, док  $P(0|1)$  представља вероватноћу да је примљен бит „0“ када је послат бит „1“, и обрнуто,  $P(1|0)$  представља вероватноћу да је примљен бит „1“ када је послат бит „0“. Сматра се да се битови „1“ и „0“ појављују са једнаким вероватноћама, односно важи  $P(1)=P(0)=0,5$ , па се израз (2.28) своди на:

$$P_e = \frac{1}{2} [P(0|1) + P(1|0)] \quad . \quad (2.29)$$

ABER у зависности од флукуације интензитета оптичког сигнала када се пренос у FSO систему врши преко ООК може се изразити као [20]:

$$P_e = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \operatorname{erfc} \left( \frac{gI}{2\sqrt{N_0}} \right) f_I(I) dI \quad , \quad (2.30)$$

где  $g$  представља коефицијент конверзије оптичке у електричну енергију, а  $N_0$  средњу оптичку снагу шума. Функција  $f_I(I)$  представља PDF примљеног сигнала, односно примљене флукуације интензитета, и користи се за моделовање канала атмосферске турбуленције, док је  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  комплементарна функција грешке.

ABER који зависи од SNR-а на пријемнику за оптички сигнал који се преноси FSO системом са ООК модулационом шемом може се изразити као [51, 57]:

$$P_e = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{\gamma}}{2} \right) f_{\gamma}(\gamma) d\gamma \quad , \quad (2.31)$$

где  $f_{\gamma}(\gamma)$  представља PDF тренутног SNR-а примљеног сигнала.

Поред потребе за подешавањем прага при детекцији на пријемнику, ООК има релативно лошу енергетску и спектралну ефикасност. Заправо, ово су два важна фактора за избор модулационе шеме. Енергетска ефикасност се односи на максимално достижну брзину преноса података на циљаном BER-у или минимални BER на

циљаној брзини преноса података за дату енергију преноса без обзира на заузети пропусни опсег. Спектрална или пропусна ефикасност, с друге стране, односи се на брзину преноса информација за одређени пропусни опсег без узимања у обзир потребне енергије преноса.

NRZ (Non-Return-to-Zero) и RZ (Return-to-Zero) OOK модели се често користе у оквиру модуларне шеме OOK због њихове једноставне примене и исплативости. RZ OOK модуларна има боље резултате од NRZ OOK, јер генерално има нижи BER, већи SNR, бољу нелинеарну толеранцију и ефикасност снаге и може се користити за веће дужине FSO линка у поређењу са NRZ. NRZ OOK пружа високу ефикасност пропусног опсега.

### 2.5.2. Диференцијална фазна модуларна (DPSK)

Техника DPSK модуларне је техника директне детекције која се користи за комуникацију на кратким удаљеностима. Предност DPSK модуларне у односу на PSK је у чињеници да процена фазе носиоца на пријемнику није потребна, јер DPSK пријемник доноси одлуку на основу фазне разлике између сигнала примљених током два узастопна интервала симбола [25, 57].

ABER у зависности од флукуације интензитета оптичког сигнала када се пренос у FSO систему врши преко DPSK може се изразити као [115]:

$$P_e = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{P_T R I}{\sigma_N}} f_I(I) dI, \quad (2.32)$$

где  $P_T$  представља средњу предајну снагу,  $R$  је осетљивост фотодиоде, а  $\sigma_N$  је варијанса шума. Функција  $f_I(I)$  представља PDF примљеног сигнала одређене расподеле која се користи за описивање модела канала.

### 2.5.3. Бинарна фазна модуларна (BPSK)

BPSK је једна од модуларних шема која се често користи како би се избегле потешкоће у одређивању прага код OOK модуларне, као и како би се ублажиле флукуације интензитета изазване турбуленцијом. У свим условима турбуленције, перформансе BER-а су увек боље када се користи BPSK модуларна шема од

перформанси система са ООК модулацијом. Техника BPSK модулације је техника кохерентне детекције. Кохерентни пријемници су један до два пута осетљивији од ООК система, али је и сложеност кохерентног система такође већа. Демодулација се може извршити помоћу две методе детекције, и то хомодинска и хетеродинска детекција. Фазни померај се код BPSK модулације јавља од 0 степени и 180 степени [34, 57, 113, 116].

ABER у зависности од флукуације интензитета оптичког сигнала када се пренос у FSO систему врши преко BPSK може се изразити као [115]:

$$P_e = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \operatorname{erfc} \left( \frac{P_T R}{\sigma_N} I \right) f_I(I) dI, \quad (2.33)$$

где  $P_T$  представља средњу предајну снагу,  $R$  је осетљивост фотодиоде, док је  $\sigma_N$  варијанса шума.

#### 2.5.4. Поларизациона модулација (PolSK)

PolSK модулација је нова дигитална ефикасна алтернативна техника модулације у FSO системима са кохерентном детекцијом. Користи се за бежичне оптичке комуникације на већим удаљеностима. PolSK модулација користи векторске карактеристике светлосног сигнала из ласерског извора за бинарни и вишестепени пренос, јер је поларизационо стање најстабилнији параметар ласерског снопа који се простире у атмосфери. У поређењу са другим модулационим шемама, PolSK пружа веће брзине преноса података, нижи BER и отпорнија је на атмосферску сцинтилацију. Има високу имуност на фазни шум ласера, а интензитет светлости је униформнији при пропацији кроз атмосферске турбуленције. Везе у FSO системима заснованим на PolSK модулацији побољшале су перформансе у погледу вршне оптичке снаге. Дакле, може се користити као ефикасна метода за смањење утицаја ефеката турбуленције [56, 117-120].

PolSK је техника која користи поларизациона стања (SOP - States of Polarizations) оптичког сигнала као параметар за пренос информација. Информације се кодирају различитим SOP-овима помоћу спољног модулятора. FSO систем примењује PolSK модулациону шему у којој су подаци „1“ и „0“ представљени са два линеарна ортогонална стања поларизације. Стога су битови података у  $x$  и у поларизацијама увек



комплементарни. SOP има много стабилније карактеристике у поређењу са амплитудом и фазом ласерског снопа у стварном случају пропагације.

ABER који зависи од флукуација интензитета на пријемнику за оптички сигнал који се преноси FSO системом са модулатионом шемом PolSK може се изразити као [102]:

$$P_e = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{PR^2}{2\sigma_N^2}} I \right) f_I(I) dI, \quad (2.34)$$

где је  $R$  осетљивост фотодетектора,  $P$  је снага локалног осцилатора, док  $\sigma_N$  представља варијансу шума.

### 2.5.5. Вишеимпулсно-позициона модулација (MPPM)

Поред ООК модулације, као техника модулације интензитета заснована на директној детекцији користи се и импулсно-позициона модулација - PPM (Pulse Position Modulation). Оне се углавном широко користе у оптичким апликацијама због једноставности дизајна и економичности. Међутим, имају лошу ефикасност пропусног опсега, јер су и PPM и ООК технике изузетно осетљиве на атмосферске турбуленције.

PPM је техника ортогоналне модулације пожељна за преносе на велике даљине. У овој техници, за пренос информација које садрже  $M$  битова података, користе се  $2^M$  слотова. Подаци су садржани у једном од слотова позиционираних у складу са децималном вредношћу информација, а остатак  $2^M - 1$  слотова остаје празно. Стога су информације кодиране на основу позиције импулса који садржи максималну снагу унутар симбола. Значајно је да је у сваком симболу присутан низ празних слотова, због чега је однос највеће и просечне снаге висок, што је чини ефикаснијом од било које друге технике. Штавише, просечна израчена оптичка снага је ограничена због прописа о безбедности очију, чиме се ограничава просечна снага сигнала. Да би се умањило ово ограничење, уводи се модулација вишег реда - вишеимпулсно позициона модулација MPPM (Multi-Pulse Pulse-Position) која ствара већу вршну снагу. Међутим, ефикасност снаге постиже се на штету смањене ефикасности пропусног опсега за PPM високог реда и велике сложености [52, 53].

Код МРРМ модулације се више слотова за сигнале шаље током трајања симбола. Према томе, МРРМ има бољу ефикасност пропусног опсега и спектралну ефикасност у поређењу са стандардном РРМ и ООК модулацијом.

За оптички МРРМ модулисани сигнал који преноси FSO систем, АBER за примљени интензитет може се представити као [121]:

$$P_e = \int_0^{\infty} \frac{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1}}{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1}} \frac{\binom{N}{\omega} - 1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2 I}{2\omega \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega}}} \right) f_I(I) dI, \quad (2.35)$$

где је  $R$  осетљивост фотодетектора,  $P_T$  је средња предајна оптичка снага,  $\eta$  је квантна ефикасност детектора,  $A$  површина детектора у  $\text{m}^2$ ,  $\lambda$  је радна таласна дужина,  $L$  је растојање између предајника и пријемника и  $\sigma_N$  је варијанса шума. Параметри  $N$  и  $\omega$  представљају временске слотове. У техникама МРРМ модулације, периода фрејма сигнала  $T$  подељена је на  $N$  једнаких слотова трајања  $T_s = T/N$ . У свакој периоди фрејма било би активно само  $1 \leq \omega \leq N$  слотова, тј. оптичка снага се преноси само у  $\omega$  временским слотовима.

## 3. ПЕРФОРМАНСЕ FSO СИСТЕМА ПОСТОЈЕЋИХ МОДЕЛА КАНАЛА

### 3.1. Анализа ABER-а FSO канала са DPSK и BPSK модулацијом

У овом одељку је израчунат и анализиран ABER сигнала у FSO систему модулисаним DPSK и BPSK модулационом шемом. ABER је одређен за случај атмосферског канала моделованим Гама-Гама расподелом у функцији од интензитета сигнала. Резултати су осим у аналитичкој форми, представљени и графички, у зависности од односа средње оптичке снаге на пријему и варијансе шума, а за различите дужине FSO линка и јачине атмосферске турбуленције. Анализиран је квалитет сигнала на основу ABER-а за слабу, умерену и јаку атмосферску турбуленцију. Резултати из овог одељка су публиковани у раду [122].

Заменом PDF-а за Гама-Гама модел (2.7) у једначини (2.32) за добијање ABER-а у зависности од флукуације интензитета оптичког сигнала када се пренос у FSO систему врши преко DPSK добија се:

$$P_e = \frac{(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} e^{-\frac{PrR}{\sigma N} I_a} K_{\alpha-\beta}(2\sqrt{\alpha\beta I_a}) dI_a, \quad (3.1)$$

Како би се израчунао израз у затвореном облику за ABER, модификована Беселова функција друге врсте  $K_\nu(\cdot)$  се представља преко Мајерове G функције на следећи начин [123, 9.34.3]:

$$K_\nu(x) = \frac{1}{2} G_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{x^2}{4} \left| \begin{matrix} - \\ (\nu/2), -(\nu/2) \end{matrix} \right. \right]. \quad (3.2)$$

Такође, користи се и релација за трансформацију експоненцијалне функције у Мајерову G функцију [124, 8.4.3]:

$$e^{-x} = G_{0,1}^{1,0} \left[ x \left| \begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix} \right. \right]. \quad (3.3)$$

Применом (3.2) и (3.3), израз за израчунавање АВЕР-а при DPSK (6) се своди на:

$$P_e = \frac{(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} G_{0,1}^{1,0} \left[ \frac{P_T R}{\sigma_N} I_a \left| \begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix} \right. \right] G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha\beta I_a \left| \begin{matrix} - \\ \frac{\alpha-\beta}{2}, -\frac{\alpha-\beta}{2} \end{matrix} \right. \right] dI_a. \quad (3.4)$$

Применом правила [125, 07.34.21.0011.01]:

$$\int_0^\infty \tau^{\alpha-1} G_{u,v}^{s,t} \left[ \tau w \left| \begin{matrix} c_1, \dots, c_t, c_{t+1}, \dots, c_u \\ d_1, \dots, d_s, d_{s+1}, \dots, d_v \end{matrix} \right. \right] G_{p,q}^{m,n} \left[ \tau z \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_m, b_{m+1}, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right] d\tau = \\ w^{-\alpha} G_{v+p, u+q}^{m+t, n+s} \left[ \frac{z}{w} \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_n, 1-\alpha-d_1, \dots, 1-\alpha-d_s, 1-\alpha-d_{s+1}, \dots, 1-\alpha-d_v, a_{n+1}, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_m, 1-\alpha-c_1, \dots, 1-\alpha-c_t, 1-\alpha-c_{t+1}, \dots, 1-\alpha-c_u, b_{m+1}, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right], \quad (3.5)$$

за дати интеграл у (3.4) добија се решење у затвореном облику за АВЕР за случај преноса коришћењем DPSK модуларне шеме:

$$P_e = \frac{1}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \left( \frac{\alpha\beta\sigma_N}{P_T R} \right)^{\frac{\alpha+\beta}{2}} G_{1,2}^{2,1} \left[ \frac{\alpha\beta\sigma_N}{P_T R} \left| \begin{matrix} 1-\frac{\alpha+\beta}{2} \\ \frac{\alpha-\beta}{2}, -\frac{\alpha-\beta}{2} \end{matrix} \right. \right]. \quad (3.6)$$

Заменом PDF за Гама-Гама модел (2.7) у једначини (2.33) за добијање АВЕР-а у зависности од флукуације интензитета оптичког сигнала када се пренос у FSO систему врши преко BPSK добија се:

$$P_e = \frac{(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} \operatorname{erfc} \left( \frac{P_T R}{\sigma_N} I_a \right) K_{\alpha-\beta} \left( 2\sqrt{\alpha\beta I_a} \right) dI_a. \quad (3.7)$$

Како би се израчунао израз у затвореном облику за АВЕР, комплементарна функција грешке  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  се представља преко Мајерове G функције [126, 06.27.26.0003.01]:

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \frac{z}{\sqrt{\pi}} G_{1,2}^{1,1} \left[ z^2 \left| \begin{matrix} 1/2 \\ 0, -1/2 \end{matrix} \right. \right]. \quad (3.8)$$

Применом (3.2) и (3.8), израз за израчунавање АВЕР-а при BPSK (3.7) се своди

на:

$$P_e = \frac{(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} \left( 1 - \frac{P_T R}{\sigma_N \sqrt{\pi}} I_a G_{1,2}^{1,1} \left[ \left( \frac{P_T R}{\sigma_N} I_a \right)^2 \middle| \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ 0, -\frac{1}{2} \end{matrix} \right] \right) \times \\ \times G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha\beta I_a \middle| \begin{matrix} \alpha-\beta \\ \frac{2} \end{matrix}, -\frac{\alpha-\beta}{2} \right] dI_a \quad (3.9)$$

У циљу даљег решавања интеграла, израз (3.9) се може записати и као:

$$P_e = \frac{(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} (I_1 - I_2) \quad (3.10)$$

где је  $I_1$ :

$$I_1 = \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha\beta I_a \middle| \begin{matrix} \alpha-\beta \\ \frac{2} \end{matrix}, -\frac{\alpha-\beta}{2} \right] dI_a \quad (3.11)$$

за који се применом правила [123, 7.811.4]:

$$\int_0^\infty x^{\rho-1} G_{p,q}^{m,n} \left[ \alpha x \middle| \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right] dx = \frac{\prod_{j=1}^m \Gamma(b_j + \rho) \prod_{j=1}^n \Gamma(1 - a_j - \rho)}{\prod_{j=m+1}^q \Gamma(1 - b_j - \rho) \prod_{j=n+1}^p \Gamma(a_j + \rho)} \alpha^{-\rho} \quad (3.12)$$

добиа решење:

$$I_1 = (\alpha\beta)^{-\frac{\alpha+\beta}{2}} \Gamma(\alpha)\Gamma(\beta) \quad (3.13)$$

Из израза (3.10),  $I_2$  биће:

$$I_2 = \frac{P_T R}{\sigma_N \sqrt{\pi}} \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha+\beta}{2}} G_{1,2}^{1,1} \left[ \left( \frac{P_T R}{\sigma_N} I_a \right)^2 \middle| \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ 0, -\frac{1}{2} \end{matrix} \right] G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha\beta I_a \middle| \begin{matrix} \alpha-\beta \\ \frac{2} \end{matrix}, -\frac{\alpha-\beta}{2} \right] dI_a \quad (3.14)$$

за који се применом правила [125, 07.34.21.0012.01]:

$$\int_0^{\infty} \tau^{\alpha-1} G_{u,v}^{s,t} \left[ \sigma \tau \left| \begin{matrix} c_1, c_2, \dots, c_u \\ d_1, d_2, \dots, d_v \end{matrix} \right. \right] G_{p,q}^{m,n} \left[ \omega \tau^r \left| \begin{matrix} a_1, a_2, \dots, a_p \\ b_1, b_2, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right] d\tau = \sigma^{-\alpha} H_{p+v, q+u}^{m+t, n+s} \left[ \frac{\omega}{\sigma^r} \left| \begin{matrix} (a_1, 1), \dots, (a_n, 1), (1-\alpha-d_1, r), \dots, (1-\alpha-d_v, r), (a_{n+1}, 1), \dots, (a_p, 1) \\ (b_1, 1), \dots, (b_m, 1), (1-\alpha-c_1, r), \dots, (1-\alpha-c_u, r), (b_{m+1}, 1), \dots, (b_q, 1) \end{matrix} \right. \right], \quad (3.15)$$

добија решење:

$$I_2 = \frac{P_T R}{\sigma_N \sqrt{\pi}} (\alpha \beta)^{-\frac{\alpha+\beta}{2}-1} H_{3,2}^{1,3} \left[ \left( \frac{P_T R}{\alpha \beta \sigma_N} \right)^2 \left| \begin{matrix} \left( \frac{1}{2}, 1 \right), (-\alpha, 2), (-\beta, 2) \\ (0, 1), \left( -\frac{1}{2}, 1 \right) \end{matrix} \right. \right]. \quad (3.16)$$

Коначно решење за АВЕР у затвореном облику у случају ВРСК модуларне шеме је:

$$P_e = \frac{1}{2} - \frac{P_T R}{2\sqrt{\pi} \alpha \beta \Gamma(\alpha) \Gamma(\beta) \sigma_N} H_{3,2}^{1,3} \left[ \left( \frac{P_T R}{\alpha \beta \sigma_N} \right)^2 \left| \begin{matrix} \left( \frac{1}{2}, 1 \right), (-\alpha, 2), (-\beta, 2) \\ (0, 1), \left( -\frac{1}{2}, 1 \right) \end{matrix} \right. \right], \quad (3.17)$$

где  $H_{p,q}^{m,n}(\cdot)$  представља Фоксову Н функцију, која је, у ствари, генерализација Мајерове Г функције. Фоксова Н функција се у специјалном случају своди на Мајерову Г функцију [125, 07.34.26.0008.01].

У Табели 3.1 дате су вредности параметара  $\alpha$  и  $\beta$  добијене за случајеве који се разматрају.

Табела 3.1. Вредности параметара атмосферске турбуленције

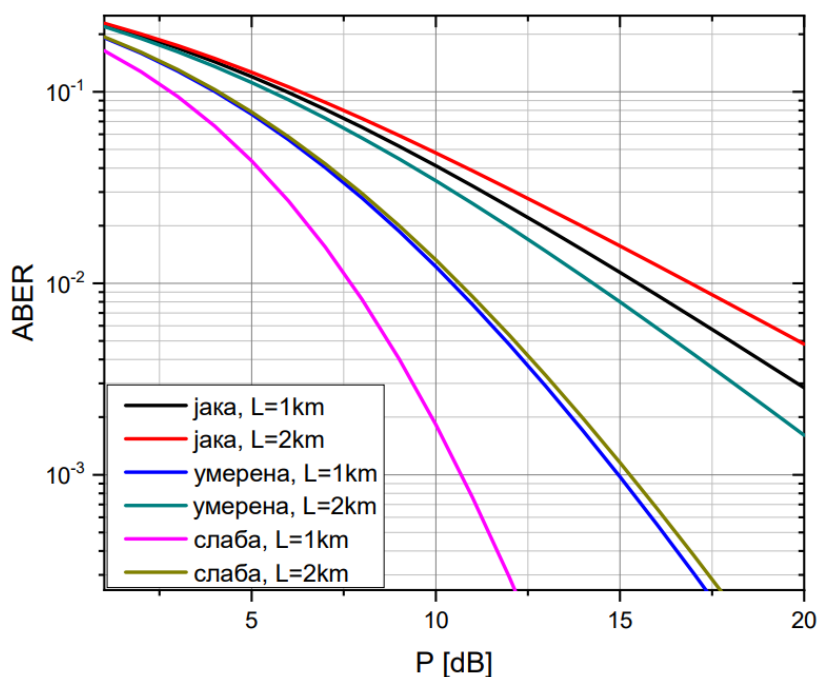
$C_n^2$		$6 \cdot 10^{-15}$	$2 \cdot 10^{-14}$	$1,2 \cdot 10^{-13}$
$L=1000$ m	$\sigma_R^2$	0,23	0,77	4,65
	$\alpha$	10,28	4,80	4,49
	$\beta$	8,77	3,08	1,25
$L=1500$ m	$\sigma_R^2$	0,48	1,63	9,79
	$\alpha$	6,05	4,02	5,64
	$\beta$	4,47	1,89	1,10
$L=2000$ m	$\sigma_R^2$	0,82	2,76	16,58
	$\alpha$	4,68	4,07	6,85
	$\beta$	2,93	1,47	1,05

За потребе нумеричког прорачуна посматран је FSO систем на таласној  $\lambda=875$

nm. Разматрана су три типа атмосферске турбуленције: слаба, умерена и јака, са индексима преламања  $C_n^2=6\cdot 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ ,  $C_n^2=2\cdot 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  и  $C_n^2=1,2\cdot 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ , респективно. Посматрана су два случаја за растојања пријемника од предајника  $L=1000 \text{ m}$  и  $L=2000 \text{ m}$ .

На основу добијених аналитичких израза у затвореном облику за АВЕР при DPSK и BPSK модулацији, (3.6) и (3.17), респективно, представљени су графици промене АВЕР у зависности од односа  $P=P_{TR}/\sigma_N$ . Графици за АВЕР Гама-Гама модела канала за DPSK и BPSK модулацију су дати на Слици 3.1 и Слици 3.2, респективно.

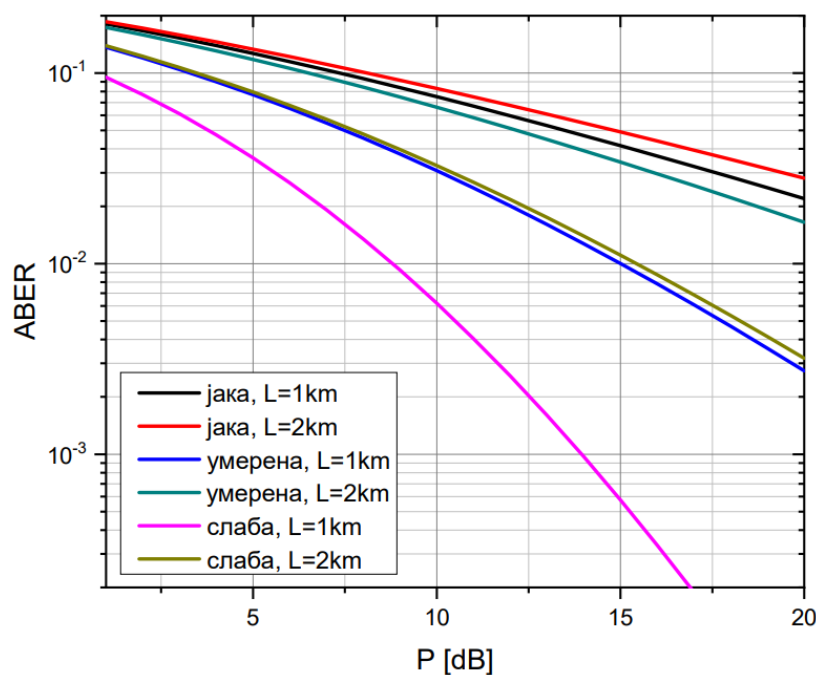
Са датих слика се може видети да са порастом односа  $P$  долази до смањења средње вероватноће грешке по биту. АВЕР брже опада за ниже степене атмосферске турбуленције у односу на јаку турбуленцију. Са повећањем турбуленције долази до повећања АВЕР-а. Такође, са Слике 3.1 и Слике 3.2, се може видети да веће вредности дужине FSO линка доводе до повећања АВЕР-а.



Слика 3.1. АВЕР за Гама-Гама модел канала при DPSK модулацији.

Код DPSK модулационе шеме вредности АВЕР-а су реда  $10^{-1}$  и крећу се све до  $P>20 \text{ dB}$  при јакој турбуленцији, при умереној турбуленцији истог реда су до  $15 \text{ dB}$ , а при слабој турбуленцији до  $9 \text{ dB}$ . Да би се АВЕР смањио на ред  $10^{-3}$  потребна је знатно виша снага, за јаку и умерену турбуленцију знатно више од  $20 \text{ dB}$ . За слабу турбуленцију је потребна снага од  $14 \text{ dB}$  како би се АВЕР спустио на ред  $10^{-3}$ .

Такође, може се видети да је средња вероватноћа грешке по биту код BPSK модулације реда  $10^{-1}$  до снаге од 15 dB за јаку атмосферску турбуленцију, а за умерену турбуленције је до 10 dB. Код слабе турбуленције ABER је реда  $10^{-1}$  до снаге од 7 dB. ABER прелази из реда  $10^{-2}$  у ред  $10^{-3}$  код јаке турбуленције тек за  $P > 20$  dB, код умерене турбуленције за 15 dB, а код слабе турбуленције за 12 dB.



Слика 3.2. ABER за Гама-Гама модел канала при BPSK модулацији.

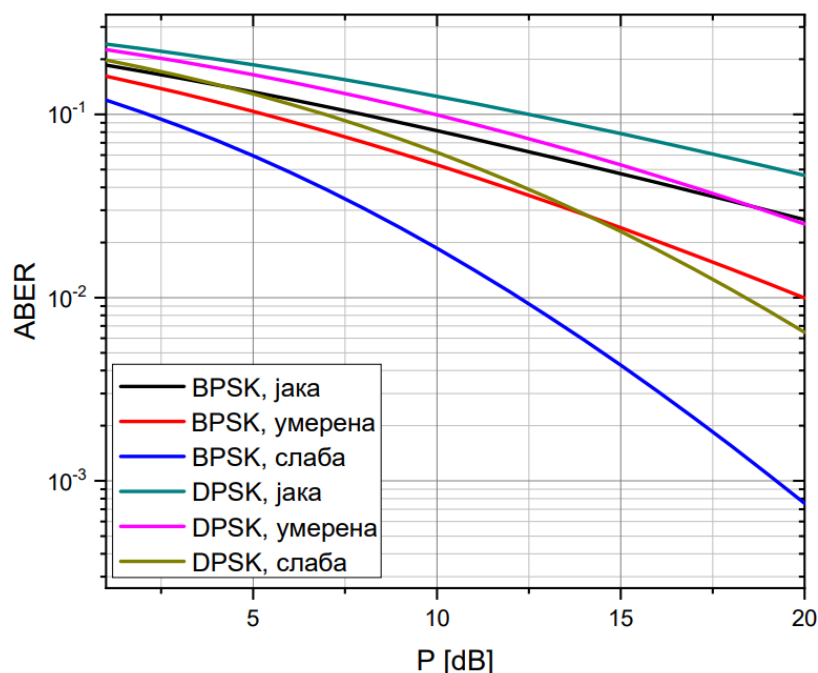
На основу добијених резултата за средњу вероватноћу грешке по биту може се закључити да се боље карактеристике преноса добијају за BPSK модулациону шему. Код BPSK модулације је потребно много мање снаге (тј. односа средње оптичке снаге на пријему и варијансе шума) него код DPSK модулације да би се добио исти ред ABER-а.

На Слици 3.3 је приказана промена ABER-а у функцији од  $P = P_{TR}/\sigma_N$  под утицајем слабе, умерене и јаке турбуленције за DPSK и BPSK модулациону шему. Растојање од предајника до пријемника износи  $L = 1500$  m.

Са Слика 3.3 се може видети да се веће вредности ABER-а добијају коришћењем DPSK него BPSK модулационе шеме. Односно, BPSK даје боље перформансе FSO система. Такође, може се видети да код BPSK, ABER знатно брже опада са порастом снаге него код DPSK модулационе шеме. При вишим односима  $P = P_{TR}/\sigma_N$  постоје доминантније разлике ABER-а за DPSK и BPSK модулациону шему. Та разлика је већа за ниже степене атмосферске турбуленције, док је за јаке



атмосферске турбуленције разлика приближно константна дуж целог опсега односа  $P=P_T R/\sigma_N$ .



Слика 3.3. Поређење АБЕР-а за Гама-Гама модел канала при DPSK и BPSK модулацији.

## 3.2. Анализа АБЕР-а FSO канала са OOK модулацијом

У овом одељку аналитички и нумерички су израчунате вредности АБЕР-а за сигнале модулисане OOK модулационом шемом који се простиру кроз FSO канал моделован Гама-Гама расподелом, Нормалном расподелом, К расподелом и I-K расподелом. Добијени резултати су графички представљени како би се видео утицај слабе, умерене и јаке атмосферске турбуленције, дужине FSO линка и SNR односа на квалитет преноса сигнала. Резултати из овог одељка су публиковани у раду [127].

### 3.2.1. Гама-Гама расподела и OOK модулација

Заменом PDF за Гама-Гама модел (2.7) у (2.30) добија се иницијални израз за АБЕР FSO система који је модулисан OOK модулационим форматом:

$$P_e = \frac{(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} \operatorname{erfc}\left(\frac{g}{2\sqrt{N_0}} I_a\right) K_{\alpha-\beta}\left(2\sqrt{\alpha\beta} I_a\right) dI_a, \quad (3.18)$$

Како би се израчунао израз у затвореном облику за АВЕР, модификована Беселова функција друге врсте  $K_\nu(\cdot)$  се представља преко Мајерове  $G$  функције као што је приказано у (3.2), а комплементарна функција грешке  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  се представља преко Мајерове  $G$  функције као у (3.8), након чега се добија:

$$P_e = \frac{(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} \left( 1 - \frac{\eta}{2\sqrt{\pi N_0}} I_a G_{1,2}^{1,1} \left[ \frac{g^2}{4N_0} I_a^2 \left| \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ 0, -\frac{1}{2} \end{matrix} \right. \right] \right) G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha\beta I_a \left| \begin{matrix} - \\ \frac{\alpha-\beta}{2}, -\frac{\alpha-\beta}{2} \end{matrix} \right. \right] dI_a, \quad (3.19)$$

односно:

$$P_e = \frac{(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} (I_1 - I_2). \quad (3.20)$$

Решење интеграла  $I_1$  је добијено у (3.13), док се решење за интеграл  $I_2$ :

$$I_2 = \frac{g}{2\sqrt{\pi N_0}} \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha+\beta}{2}} G_{1,2}^{1,1} \left[ \frac{g^2}{4N_0} I_a^2 \left| \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ 0, -\frac{1}{2} \end{matrix} \right. \right] G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha\beta I_a \left| \begin{matrix} - \\ \frac{\alpha-\beta}{2}, -\frac{\alpha-\beta}{2} \end{matrix} \right. \right] dI_a, \quad (3.21)$$

добија применом правила датог у (3.15):

$$I_2 = \frac{g}{2\sqrt{\pi N_0}} (\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} H_{3,2}^{1,3} \left[ \left( \frac{g}{2\alpha\beta\sqrt{N_0}} \right)^2 \left| \begin{matrix} \left(\frac{1}{2}, 1\right), (-\alpha, 2), (-\beta, 2) \\ (0, 1), \left(-\frac{1}{2}, 1\right) \end{matrix} \right. \right]. \quad (3.22)$$

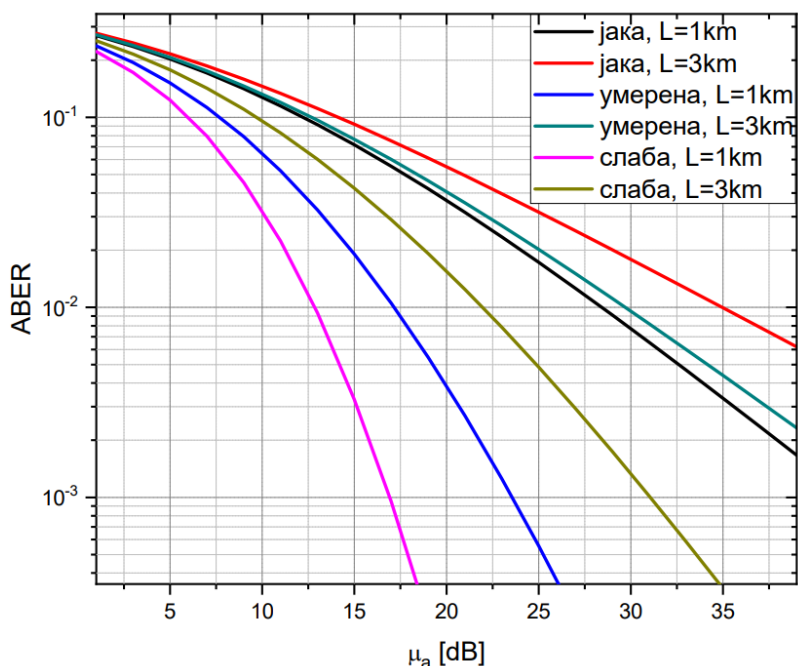
Коначно решење за АВЕР у затвореном облику у случају ООК модуларне шеме за Гама-Гама расподелу је:

$$P_e = \frac{1}{2} - \frac{1}{4\sqrt{\pi}\alpha\beta\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\sqrt{N_0}} \frac{g}{\sqrt{N_0}} H_{3,2}^{1,3} \left[ \left( \frac{g}{2\alpha\beta\sqrt{N_0}} \right)^2 \left| \begin{matrix} \left(\frac{1}{2}, 1\right), (-\alpha, 2), (-\beta, 2) \\ (0, 1), \left(-\frac{1}{2}, 1\right) \end{matrix} \right. \right]. \quad (3.23)$$

На основу добијеног аналитичког израза у затвореном облику за АВЕР за канал моделован Гама-Гама расподелом, (3.23), представљени су графици промене АВЕР-а у

зависности од електричног SNR који је дефинисан са  $\mu_a = \frac{g^2 E[I_a]}{N_0}$ , уз претпоставку да је  $E[I_a]=1$ . Посматран је FSO систем на таласној дужини  $\lambda=1550$  nm, а за растојања пријемника од предајника  $L=1000$  m и  $L=3000$  m. Разматрана су три типа атмосферске турбуленције: слаба, умерена и јака, са индексима преламања  $C_n^2=6 \cdot 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ ,  $C_n^2=2 \cdot 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  и  $C_n^2=1,2 \cdot 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ , респективно. У одељцима 3.2.2, 3.2.3 и 3.2.4 коришћени су исти параметри система за нумерички прорачун.

Са Сlike 3.4 може се видети да код Гама-Гама моделованим атмосферским каналом при ООК модулатионом шемом АBER знатно брже опада за краће у односу на дуже преносне деонице. Сличан закључак се може добити уколико се посматра и јачина турбуленције, при нижем степену турбуленције опадање АBER-а је знатно израженије него за више степене турбуленције.



Слика 3.4. АBER за Гама-Гама модел канала при ООК модулатији.

### 3.2.2. Логаритамско-нормална расподела и ООК модулатија

Израз за АBER за ООК FSO систем када је канал моделован Логаритамско-нормалном расподелом добија се заменом PDF-а из (2.10) у (2.30):

$$P_e = \frac{1}{2\sqrt{2\pi\sigma_I^2}} \int_0^\infty \frac{1}{I_a} e^{-\frac{\left(\ln(I_a) + \frac{\sigma_I^2}{2}\right)^2}{2\sigma_I^2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{g}{2\sqrt{N_0}} I_a\right) dI_a . \quad (3.24)$$

Увођењем смене  $t = \left(\ln(I_a) + \frac{\sigma_I^2}{2}\right) / \sqrt{2}\sigma_I$ , израз (3.24) се своди на:

$$P_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-t^2} \operatorname{erfc}\left(\frac{g}{2\sqrt{N_0}} e^{\sqrt{2}\sigma_I t - \frac{\sigma_I^2}{2}}\right) dt , \quad (3.25)$$

а након примене правила [126, 06.27.02.0001.01]:

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot z^{2k+1}}{k!(2k+1)} . \quad (3.26)$$

може се записати на следећи начин:

$$P_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \left( e^{-t^2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(2n+1)} \left(\frac{g}{2\sqrt{N_0}}\right)^{2n+1} e^{-\frac{\sigma_I^2}{2}(2n+1)} e^{-t^2 + \sqrt{2}\sigma_I(2n+1)t} \right) dt , \quad (3.27)$$

односно:

$$P_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} (I_1 - I_2) . \quad (3.28)$$

Применом решења [123, 3.321.3]:

$$\int_0^\infty e^{-q^2 x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2q} , \quad (3.29)$$

за интеграл  $I_1$  се добија:

$$I_1 = \int_0^\infty e^{-t^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2} . \quad (3.30)$$

Решење интеграла  $I_2$ :

$$I_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(2n+1)} \left(\frac{g}{2\sqrt{N_0}}\right)^{2n+1} e^{-\frac{\sigma_I^2}{2}(2n+1)} \int_0^\infty e^{-t^2 + \sqrt{2}\sigma_I(2n+1)t} dt , \quad (3.31)$$

се добија применом правила [123, 3.322.2]:

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{x^2}{4\beta} - \gamma x} dx = \sqrt{\pi\beta} e^{\beta\gamma^2} \left[ 1 - \Phi(\gamma\sqrt{\beta}) \right], \quad (3.32)$$

тако да се  $I_2$  своди на:

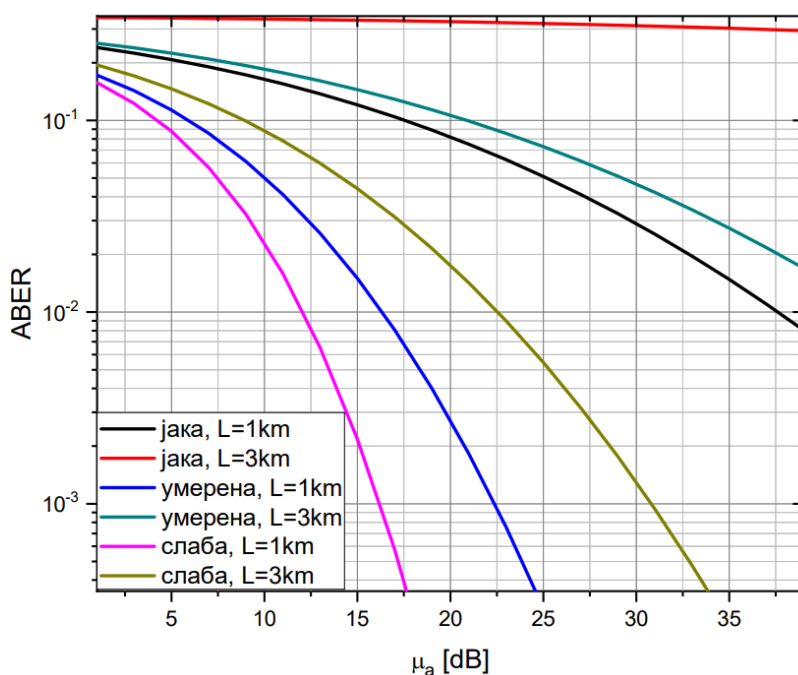
$$I_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(2n+1)} \left( \frac{g}{2\sqrt{N_0}} \right)^{2n+1} e^{\sigma_I^2 n(2n+1)} \left( 1 - \operatorname{erf} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_I (2n+1) \right) \right), \quad (3.33)$$

јер на основу правила [123, 8.250.1] важи  $\Phi(x) = \operatorname{erf}(x)$ .

Коначно решење у затвореном облику за АВЕР за Логаритамско-нормалну расподелу приликом коришћења ООК модулационе шеме је:

$$P_e = \frac{1}{4} - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)n!} \left( \frac{g}{2\sqrt{N_0}} \right)^{2n+1} e^{\sigma_I^2 n(2n+1)} \left( 1 - \operatorname{erf} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_I (2n+1) \right) \right). \quad (3.34)$$

Понашање АВЕР-а за атмосферски канал моделован Логаритамско-нормалном расподелом (Слика 3.5) је идентично као код моделовања Гама-Гама расподелом. Једино одступање се може видети при јакој атмосферској турбуленцији, где су вредности АВЕР-а екстремно високе. Из тог разлога, Логаритамско-нормална расподела се не користи за моделовање FSO канала при јачим степенима атмосферске турбуленције.



Слика 3.5. АВЕР за Логаритамско-нормални модел канала при ООК модулацији.

### 3.2.3. К расподела и ООК модулација

Заменом PDF-а за К расподелу (2.16) и (2.30) за добијање АBER-а у зависности од флукуације интензитета оптичког сигнала када се пренос у FSO систему врши преко ООК модулационог формата добија се:

$$P_e = \frac{\alpha^{\frac{\alpha+1}{2}}}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha-1}{2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{g}{2\sqrt{N_0}} I_a\right) K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha I_a}) dI_a, \quad (3.35)$$

На сличан начин као и код Гама-Гама расподеле, потребно је модификовану Беселову функцију друге врсте  $K_\nu(\cdot)$  представити преко Мајерове G функције као у (3.2), а комплементарну функцију грешке  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  преко Мајерове G функције као у (3.8), у циљу добијања израза у затвореном облику за АBER:

$$P_e = \frac{\alpha^{\frac{\alpha+1}{2}}}{2\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha-1}{2}} \left( 1 - \frac{g}{2\sqrt{\pi N_0}} I_a G_{1,2}^{1,1} \left[ \frac{g^2}{4N_0} I_a^2 \left| \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ 0, -\frac{1}{2} \end{matrix} \right. \right] \right) \times \\ \times G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha I_a \left| \begin{matrix} - \\ \frac{\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha-1}{2} \end{matrix} \right. \right] dI_a = \frac{\alpha^{\frac{\alpha+1}{2}}}{2\Gamma(\alpha)} (I_1 - I_2) \quad (3.36)$$

где је  $I_1$ :

$$I_1 = \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha-1}{2}} G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha I_a \left| \begin{matrix} - \\ \frac{\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha-1}{2} \end{matrix} \right. \right] dI_a, \quad (3.37)$$

за који се применом правила датог у (3.12) добија решење:

$$I_1 = \alpha^{\frac{\alpha+1}{2}} \Gamma(\alpha). \quad (3.38)$$

Интеграл  $I_2$  из (3.36) биће:

$$I_2 = \frac{g}{2\sqrt{\pi N_0}} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+1}{2}} G_{1,2}^{1,1} \left[ \frac{g^2}{4N_0} I_a^2 \left| \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ 0, -\frac{1}{2} \end{matrix} \right. \right] G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha I_a \left| \begin{matrix} - \\ \frac{\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha-1}{2} \end{matrix} \right. \right] dI_a, \quad (3.39)$$

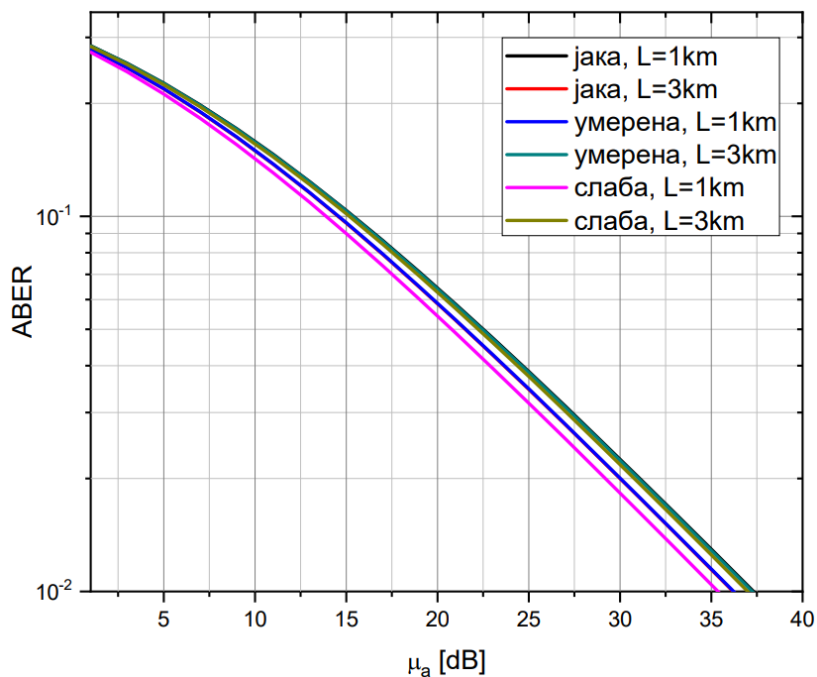
и за његово решење користи се правило дато у (3.15), па се добија:

$$I_2 = \frac{g}{2\sqrt{\pi N_0}} \alpha^{-\frac{\alpha+3}{2}} H_{3,2}^{1,3} \left[ \left( \frac{g}{2\alpha\sqrt{N_0}} \right)^2 \left| \begin{matrix} \left(\frac{1}{2}, 1\right), (-\alpha, 2), (-1, 2) \\ (0, 1), \left(-\frac{1}{2}, 1\right) \end{matrix} \right. \right]. \quad (3.40)$$

Заменом (3.38) и (3.40) у (3.36) добија се израз у затвореном облику за АВЕР за К расподелу:

$$P_e = \frac{1}{2} - \frac{1}{4\sqrt{\pi}\alpha\Gamma(\alpha)} \frac{g}{\sqrt{N_0}} H_{3,2}^{1,3} \left[ \left( \frac{g}{2\alpha\sqrt{N_0}} \right)^2 \left| \begin{matrix} \left(\frac{1}{2}, 1\right), (-\alpha, 2), (-1, 2) \\ (0, 1), \left(-\frac{1}{2}, 1\right) \end{matrix} \right. \right]. \quad (3.41)$$

Са Сlike 3.6 се може видети да атмосферски канал моделован К расподелом даје приближно исте вредности за све степене атмосферске турбуленције и дужине FSO линка. Такође, график промене АВЕР-а је приближно линеаран у односу на остале моделе расподела. Веома битна ствар која се може уочити код К расподеле јесте да нижи степени турбуленције дају незнатно лошије вредности од јаке атмосферске турбуленције, из којег разлога се ова расподела користи искључиво за моделовање атмосферских канала при јакој атмосферској турбуленцији.



Слика 3.6. АБЕР за К модел канала при ООК модулацији.

### 3.2.4. I-K расподела и ООК модулација

АВЕР за ООК модулациони формат у случају примене I-K расподеле за описивање канала може се одредити заменом PDF за I-K модел (2.17) за  $0 < I < \rho/(1 + \rho)$  у (2.30):

$$P_e = \alpha(1 + \rho) \left(1 + \frac{1}{\rho}\right)^{\frac{\alpha-1}{2}} K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha\rho}) \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha-1}{2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{g}{2\sqrt{N_0}} I_a\right) I_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha(1+\rho)} I_a) dI_a . \quad (3.42)$$

У циљу добијања решења, интеграл из (3.42) се применом развоја модификоване Беселове функције прве врсте  $I_\nu(\cdot)$  из (2.17), [123, 8.445]:

$$I_\nu(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k! \Gamma(\nu + k + 1)} \left(\frac{z}{2}\right)^{\nu+2k} , \quad (3.43)$$

своди на:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n! \Gamma(\alpha + n)} (\alpha(1 + \rho))^{\frac{\alpha+1}{2}+n} \left(1 + \frac{1}{\rho}\right)^{\frac{\alpha-1}{2}} K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha\rho}) \int_0^{\infty} I_a^{\alpha+n-1} \operatorname{erfc}\left(\frac{g}{2\sqrt{N_0}} I_a\right) dI_a . \quad (3.44)$$

Увођењем смене  $\sqrt{t} = \frac{g}{2\sqrt{N_0}} I_a$ , израз (3.44) се своди на:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n! \Gamma(\alpha + n)} (\alpha(1 + \rho))^{\frac{\alpha+1}{2}+n} \left(1 + \frac{1}{\rho}\right)^{\frac{\alpha-1}{2}} \left(\frac{2\sqrt{N_0}}{g}\right)^{\alpha+n} K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha\rho}) \int_0^{\infty} t^{\frac{\alpha+n}{2}-1} \operatorname{erfc}(\sqrt{t}) dt . \quad (3.45)$$

Комплементарна функција грешке  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  се представља преко Мајерове G функције [126, 06.27.26.0006.01]:

$$\operatorname{erfc}(\sqrt{z}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} G_{1,2}^{2,0} \left[ z \left| \begin{matrix} 1 \\ 0, 1/2 \end{matrix} \right. \right] . \quad (3.46)$$

За израз (3.45) се добија:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi} n! \Gamma(\alpha + n)} (\alpha(1 + \rho))^{\frac{\alpha+1}{2}+n} \left(1 + \frac{1}{\rho}\right)^{\frac{\alpha-1}{2}} \left(\frac{2\sqrt{N_0}}{g}\right)^{\alpha+n} K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha\rho}) \int_0^{\infty} t^{\frac{\alpha+n}{2}-1} G_{1,2}^{2,0} \left[ t \left| \begin{matrix} 1 \\ 0, 1/2 \end{matrix} \right. \right] dt . \quad (3.47)$$



Применом решања датог у (3.12) за дати облик интеграла добија се израз за АВЕР:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{\pi n!}} (\alpha(1+\rho))^{\frac{\alpha+1}{2}+n} \left(1+\frac{1}{\rho}\right)^{\frac{\alpha-1}{2}} \left(\frac{2\sqrt{N_0}}{g}\right)^{\alpha+n} K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha\rho}) \frac{\Gamma\left(\frac{\alpha+n}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\alpha+n+1}{2}\right)}{\Gamma(\alpha+n)\Gamma\left(\frac{\alpha+n+2}{2}\right)}. \quad (3.48)$$

који се може поједноставити, па се коначно за АВЕР у случају I-K расподеле за  $0 < I < \rho/(1+\rho)$  добија:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha+n}{4\sqrt{\pi n!}} (\alpha\rho)^{-\frac{\alpha-1}{2}} \left(\frac{2\sqrt{N_0}\alpha(1+\rho)}{g}\right)^{\alpha+n} K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha\rho}) \frac{\Gamma\left(\frac{\alpha+n+1}{2}\right)}{\Gamma(\alpha+n)}. \quad (3.49)$$

Заменом PDF за I-K модел (2.17) за  $I > \rho/(1+\rho)$  и (2.30), добија се интеграл за АВЕР:

$$P_e = \alpha(1+\rho) \left(1+\frac{1}{\rho}\right)^{\frac{\alpha-1}{2}} I_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha\rho}) \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha-1}{2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{g}{2\sqrt{N_0}} I_a\right) K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha(1+\rho)I_a}) dI_a. \quad (3.50)$$

У циљу добијања решења интеграла из (3.50), Беселова функција друге врсте  $K_\nu(\cdot)$  и комплементарна функција грешке  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  представља се преко одговарајућих Мајерових G функција и то коришћењем правила датим у (3.2) и (3.8) након чега се добија:

$$P_e = \frac{\alpha(1+\rho)}{2} \left(1+\frac{1}{\rho}\right)^{\frac{\alpha-1}{2}} I_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha\rho}) \times \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha-1}{2}} \left(1 - \frac{g}{2\sqrt{\pi N_0}} I_a G_{1,2}^{1,1} \left[ \frac{g^2}{4N_0} I_a^2 \middle| \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ 0, -\frac{1}{2} \end{matrix} \right] \right) G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha(1+\rho) I_a \middle| \begin{matrix} \alpha-1 \\ \frac{\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha-1}{2} \end{matrix} \right] dI_a, \quad (3.51)$$

односно:

$$P_e = \frac{\alpha(1+\rho)}{2} \left(1+\frac{1}{\rho}\right)^{\frac{\alpha-1}{2}} I_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha\rho}) (I_1 - I_2). \quad (3.52)$$

Као и код K расподеле, до решења интеграла  $I_1$ :

$$I_1 = \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha-1}{2}} G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha(1+\rho) I_a \left| \frac{\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha-1}{2} \right. \right] dI_a, \quad (3.53)$$

се долази применом правила датог у (3.12), након чега се добија:

$$I_1 = (\alpha(1+\rho))^{-\frac{\alpha+1}{2}} \Gamma(\alpha), \quad (3.54)$$

док се за интеграл  $I_2$ :

$$I_2 = \frac{g}{2\sqrt{\pi N_0}} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+1}{2}} G_{1,2}^{1,1} \left[ \frac{g^2}{4N_0} I_a^2 \left| \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2} \right. \right] G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha(1+\rho) I_a \left| \frac{\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha-1}{2} \right. \right] dI_a, \quad (3.55)$$

коришћењем правила из (3.15) добија решење:

$$I_2 = \frac{g}{2\sqrt{\pi N_0}} (\alpha(1+\rho))^{-\frac{\alpha+3}{2}} H_{3,2}^{1,3} \left[ \left( \frac{g}{2(\alpha(1+\rho))\sqrt{N_0}} \right)^2 \left| \begin{matrix} \left(\frac{1}{2}, 1\right), (-\alpha, 2), (-1, 2) \\ (0, 1), \left(-\frac{1}{2}, 1\right) \end{matrix} \right. \right]. \quad (3.56)$$

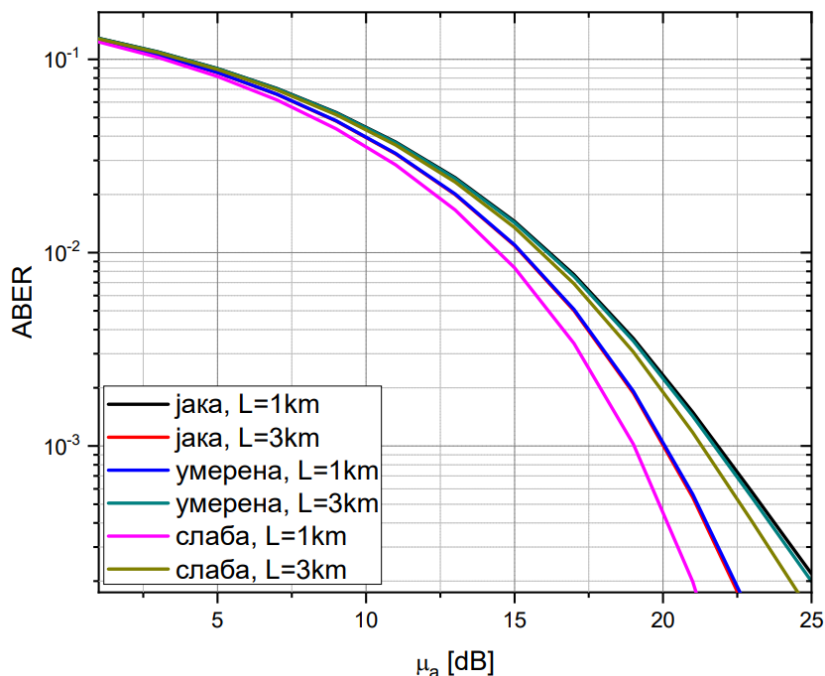
Заменом (3.54) и (3.56) у (3.52) добија се израз у затвореном облику за АВЕР у случају I-К расподеле за  $I > \rho/(1+\rho)$ :

$$P_e = \frac{1}{2} (\alpha\rho)^{-\frac{\alpha-1}{2}} I_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha\rho}) \times \left[ \Gamma(\alpha) - \frac{g\alpha(1+\rho)}{2\sqrt{\pi N_0}} H_{3,2}^{1,3} \left[ \left( \frac{g}{2(\alpha(1+\rho))\sqrt{N_0}} \right)^2 \left| \begin{matrix} \left(\frac{1}{2}, 1\right), (-\alpha, 2), (-1, 2) \\ (0, 1), \left(-\frac{1}{2}, 1\right) \end{matrix} \right. \right] \right]. \quad (3.57)$$

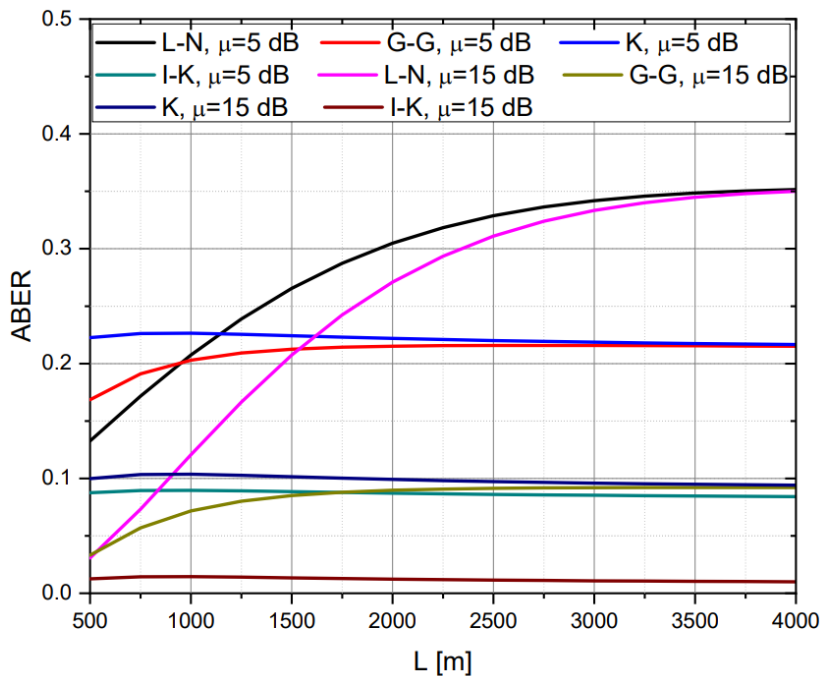
Са Сликe 3.7 се може видети да су код атмосферског канала моделованим I-К расподелом, разлике између АВЕР-а при различитим степенима турбуленције знатно мање него код атмосферских канала моделованим Гама-Гама и Логаритамско-нормалном расподелом. Генерално, све до  $\mu_\alpha=10$  dB, вредности АВЕР-а су исте. Најлошије вредности добијају се за умерену турбуленцију, тако да се I-К модел расподеле искључиво користи за моделовање FSO канала при ниској и јакој атмосферској турбуленцији.

На Слици 3.8, Слици 3.9 и Слици 3.10 дато је поређење АВЕР-а за различите расподеле при јакој, умереној и слабој турбуленцији, респективно. Са датих слика се

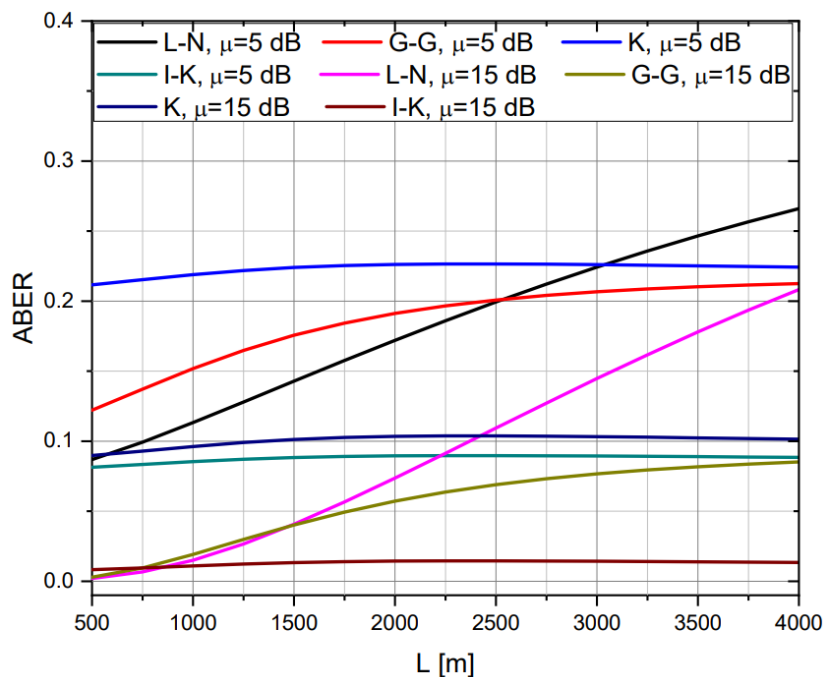
може видети да са порастом дужине FSO линка долази до повећање АВЕР-а, с тим што се та промена повећања различито манифестује код различитих модела расподела.



Слика 3.7. АВЕР за I-K модел канала при ООК модулацији.



Слика 3.8. Поређење АВЕР-а за различите моделе канала при ООК модулацији и јакој турбуленцији.

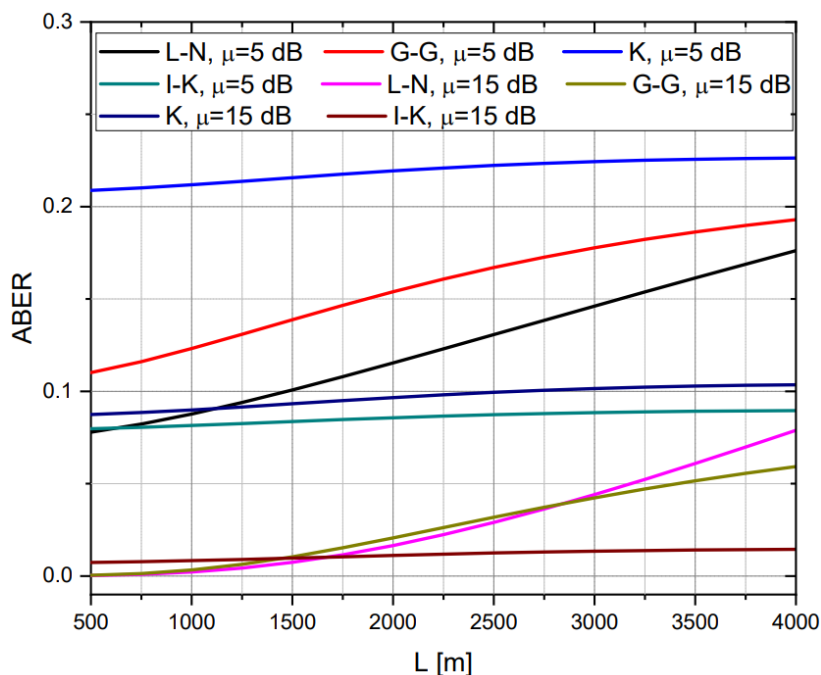


Слика 3.9. Поређење ABER-a за различите моделе канала при OOK модулацији и умереној турбуленцији.

Са Сlike 3.8 се може видети да при јакој атмосферској турбуленцији најбоље резултате даје Гама-Гама расподела и то за мање дужине FSO линка, до 2 km. K расподела и I-K расподела дају приближно константне вредности ABER-a током читаве дужине FSO линка, тако да је за дуже деонице адекватније моделовати атмосферске канале са K расподелом и I-K расподелом.

Са Сlike 3.9 види се да при умереној атмосферској турбуленцији, најбоље резултате дају Логаритамско-нормална и Гама-Гама расподела, док K расподела даје најлошије резултате.

Са Сlike 3.10 може се закључити да у случају слабе атмосферске турбуленције, као и у случају умерене, најлошије резултате даје K расподела, из којег разлога се и не користи за моделовање FSO канала при слабој атмосферској турбуленцији. Задовољавајуће резултате дају I-K, Логаритамско-нормална и Гама-Гама расподела, с тим што је пораст ABER-a за Логаритамско-нормалну и Гама-Гама расподелу са порастом дужине FSO линка знатно израженије него код I-K расподеле.



Слика 3.10. Поређење ABER-a за различите modele канала при OOK модулатији и слабој турбуленцији.

На основу добијених резултата може се закључити на којим дужинама FSO линка и за које степене атмосферске турбуленције који модели расподеле дају најбоље резултате у погледу преноса сигнала модулисаних OOK модулатионом шемом. Тако се може видети да за слабу атмосферску турбуленцију најбољи квалитет преноса сигнала даје атмосферски канал моделован Гама-Гама, K и I-K расподелом. За случај умерене турбуленције најбољи пренос се остварује Логаритамско-нормалном и Гама-Гама расподелом, а при слабој турбуленцији Логаритамско-нормалном, Гама-Гама и I-K расподелом. На краћим FSO деоницама Логаритамско-нормална и Гама-Гама расподела дају најбоље резултате, а при већим дужинама I-K и K расподела (само у случају јаке турбуленције).

### 3.3. Анализа ABER-a FSO канала са PolSK модулатијом

У овом одељку анализиран је квалитет сигнала модулисан PolSK модулатијом у FSO систему. Разматран је систем чије је канал моделован четири различитим расподелама: Гама-Гама расподела, Негативна експоненцијална расподела, K расподела и I-K расподела. За сва четири модела канала одређен је ABER на пријемној

страни система у аналитичком затвореном облику. Резултати су графички представљени како би се утврдио утицај SNR-а, дужине FSO линка, таласне дужине на којој се преноси сигнал и јачине атмосферске турбуленције на вредности ABER-а и на квалитет примљеног сигнала у FSO систему који је модулисан са PolSK модулацијом. Резултати из овог одељка су публиковани у раду [128].

### 3.3.1. Гама-Гама расподела и PolSK модулација

ABER који зависи од флукуација интензитета на пријему за оптички сигнал који се преноси FSO системом са PolSK модулационом шемом, а за канал моделован Гама-Гама расподелом добија се заменом израза за одговарајући PDF (2.7) у (2.34):

$$P_e = \frac{(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{R^2P}{2\sigma_N^2}} I_a\right) K_{\alpha-\beta}\left(2\sqrt{\alpha\beta I_a}\right) dI_a, \quad (3.58)$$

Како би се дошло до решења интеграла за ABER, Беселова функција друге врсте  $K_\nu(\cdot)$  и комплементарна функција грешке  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  представљају се преко одговарајућих Мајерових G функција и то коришћењем правила датим у (3.2) и (3.46) након чега се добија:

$$P_e = \frac{(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{2\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} G_{1,2}^{2,0}\left[\frac{R^2P}{2\sigma_N^2} I_a \middle| \begin{matrix} 1 \\ 0, 1/2 \end{matrix}\right] G_{0,2}^{2,0}\left[\alpha\beta I_a \middle| \begin{matrix} - \\ \frac{\alpha-\beta}{2}, -\frac{\alpha-\beta}{2} \end{matrix}\right] dI_a, \quad (3.59)$$

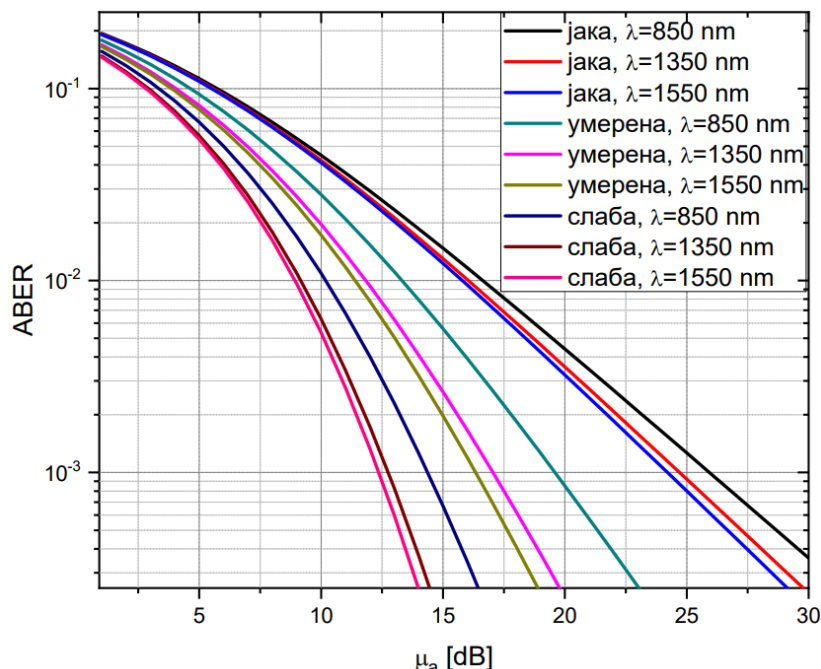
Коришћењем правила (3.5) за решење интеграла из (3.59), добија се ABER у затвореном облику:

$$P_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \left(\frac{2\alpha\beta\sigma_N^2}{R^2P}\right)^{\frac{\alpha+\beta}{2}} G_{2,3}^{2,2}\left[\frac{2\alpha\beta\sigma_N^2}{R^2P} \middle| \begin{matrix} 1-\frac{\alpha+\beta}{2}, \frac{1}{2}-\frac{\alpha+\beta}{2} \\ \frac{\alpha-\beta}{2}, -\frac{\alpha-\beta}{2}, -\frac{\alpha+\beta}{2} \end{matrix}\right]. \quad (3.60)$$

На основу добијеног аналитичког израза у затвореном облику за ABER за атмосферски канал моделован Гама-Гама расподелом, (3.60) представљени су графици промене ABER-а у зависности од електричног SNR и дужине FSO линка  $L$ . Електрични SNR на пријемнику за PolSK FSO систем дефинисан је као:  $\mu_a = \frac{R^2P}{\sigma_N^2}$ . Разматран је FSO систем који ради на три различите таласне дужине:  $\lambda=850$  nm,  $\lambda=1350$  nm и  $\lambda=1550$  nm,

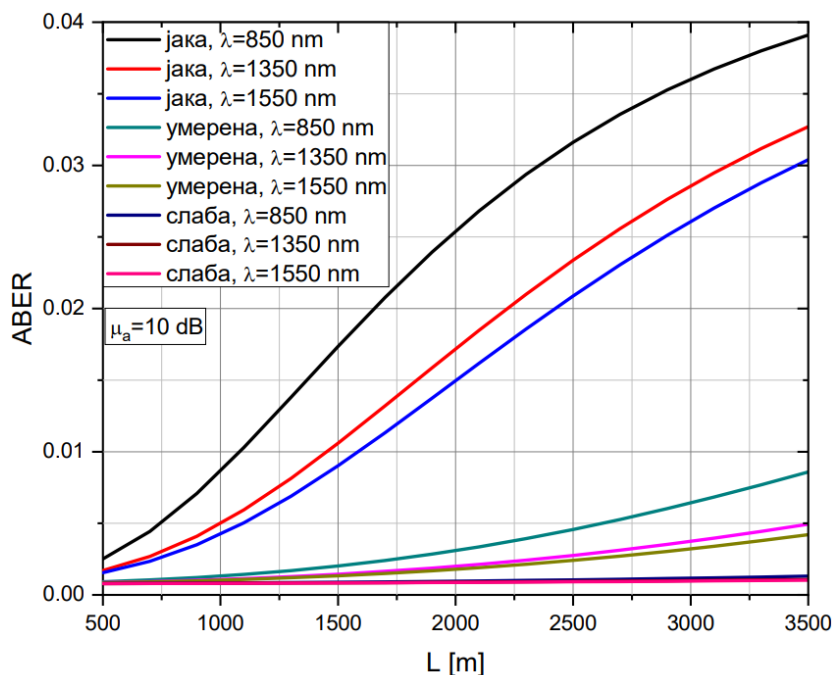
као и три типа атмосферске турбуленције: јака, умерена и слаба, са индексима преламања  $C_n^2=1,2\cdot 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ ,  $C_n^2=2\cdot 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  и  $C_n^2=6\cdot 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ , респективно. У одељцима 3.3.2, 3.3.3 и 3.3.4 коришћени су исти параметри система за нумерички прорачун.

На Слици 3.11 и Слици 3.12 дата је промена АBER-а за FSO канал моделован Гама-Гама расподелом у зависности од SNR-а и дужине линка  $L$ , респективно. Са Сликe 3.11 се може видети да се ниже вредности АBER-а, бољи квалитет преноса остварује, за више вредности таласне дужине  $\lambda$ . Такође, код јачих атмосферских турбуленција, АBER спорије опада са порастом SNR-а, него што је то случај за умерене и слабе степене атмосферске турбуленције.



Слика 3.11. АBER за Гама-Гама модел канала у зависности од SNR-а при PolSK модулацији.

Са Сликe 3.12 се види да јака атмосферска турбуленција доводи до бржег раста АBER-а при повећању дужине FSO линка,  $L$ . За умерену и слабу атмосферску турбуленцију раст АBER-а је знатно мање израженији. У првих 1000 m линка, АBER је готово идентичан за све таласне дужине при умереном и слабом степену атмосферске турбуленције.



Слика 3.12. АБЕР за Гама-Гама модел канала у зависности од дужине линка  $L$  при PolSK модулацији.

### 3.3.2. Негативна експоненцијална расподела и PolSk модулација

Заменом PDF за Негативну експоненцијалну расподелу (2.11) у једначини (2.34) за добијање АБЕР-а у зависности од флукуације интензитета оптичког сигнала када се пренос у FSO систему врши преко PolSK добија се:

$$P_e = \frac{1}{2I_0} \int_0^{\infty} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{R^2 P}{2\sigma_N^2}} I_a \right) e^{-\frac{I_a}{I_0}} dI_a \quad . \quad (3.61)$$

Коришћењем правила која су дата у (3.3) и (3.46), интеграл из (3.61) се своди на:

$$P_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi}I_0} \int_0^{\infty} G_{1,2}^{2,0} \left[ \frac{R^2 P}{2\sigma_N^2} I_a \left| \begin{matrix} 1 \\ 0, 1/2 \end{matrix} \right. \right] G_{0,1}^{1,0} \left[ \frac{I_a}{I_0} \left| \begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix} \right. \right] dI_a \quad , \quad (3.62)$$

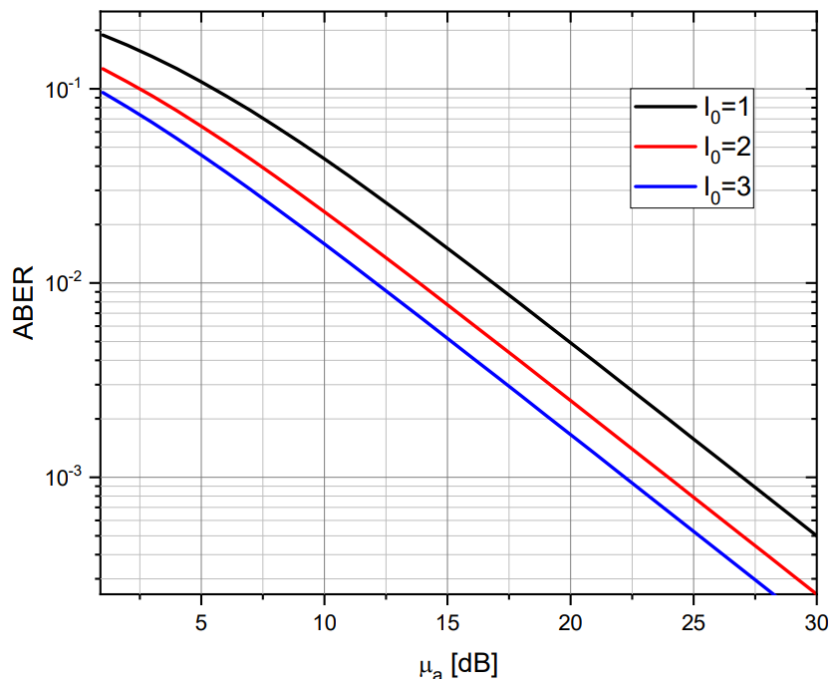
за који се применом решења (3.5) добија израз за АБЕР у затвореном облику:

$$P_e = \frac{\sigma_N^2}{\sqrt{\pi}R^2 P I_0} G_{2,2}^{1,2} \left[ \frac{2\sigma_N^2}{R^2 P I_0} \left| \begin{matrix} 0, -\frac{1}{2} \\ 0, -1 \end{matrix} \right. \right] \quad . \quad (3.63)$$

На Слици 3.13 дата је промена АБЕР-а за FSO канал моделован Негативном експоненцијалном расподелом у зависности од SNR-а. Са Слике 3.13 се може видети



да АВЕР готово линеарно опада са порастом SNR-а. Такође, са Сlike 3.13 се види да више вредности примљеног интензитета  $I_0$  даје боље перформанце FSO система, тј. ниже вредности АВЕР-а.



Слика 3.13. АВЕР за Негативни експоненцијални модел канала при PolSK модулацији.

### 3.3.3. К расподела и PolSK модулација

Израз за АВЕР за PolSK FSO систем када је канал моделован К расподелом добија се заменом PDF-а из (2.16) у (2.34):

$$P_e = \frac{\alpha^{\frac{\alpha+1}{2}}}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha-1}{2}} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{R^2 P}{2\sigma_N^2}} I_a \right) K_{\alpha-1} (2\sqrt{\alpha I_a}) dI_a, \quad (3.64)$$

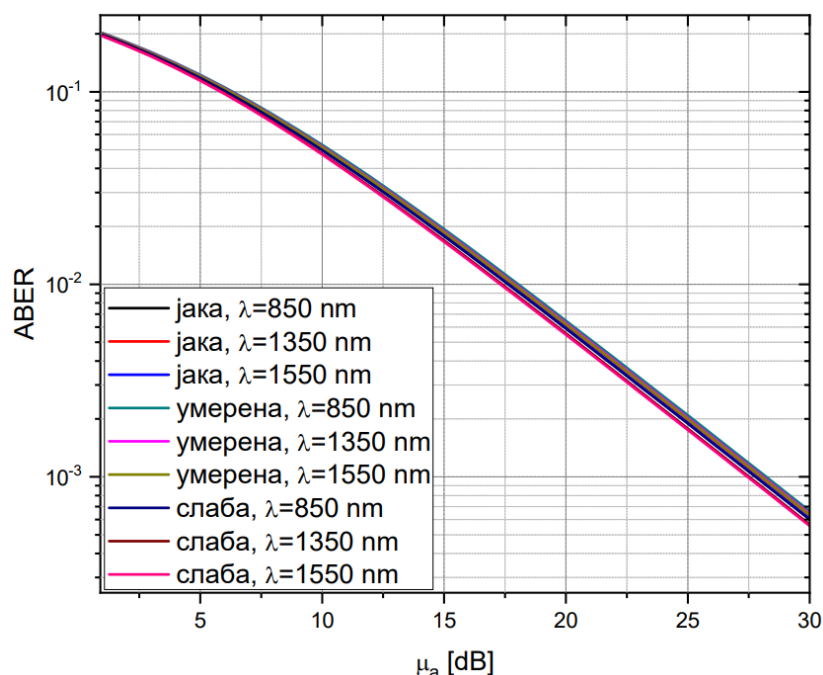
за који се након примене правила (3.2) и (3.46) добија:

$$P_e = \frac{\alpha^{\frac{\alpha+1}{2}}}{2\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha-1}{2}} G_{1,2}^{2,0} \left[ \frac{R^2 P}{2\sigma_N^2} I_a \middle| \begin{matrix} 1 \\ 0, 1/2 \end{matrix} \right] G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha I_a \middle| \begin{matrix} \alpha-1 \\ \frac{\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha-1}{2} \end{matrix} \right] dI_a. \quad (3.65)$$

Коришћењем решења (3.5) за дати интеграл, АВЕР у затвореном облику за К расподелу приликом коришћења PolSK модулационе шеме је:

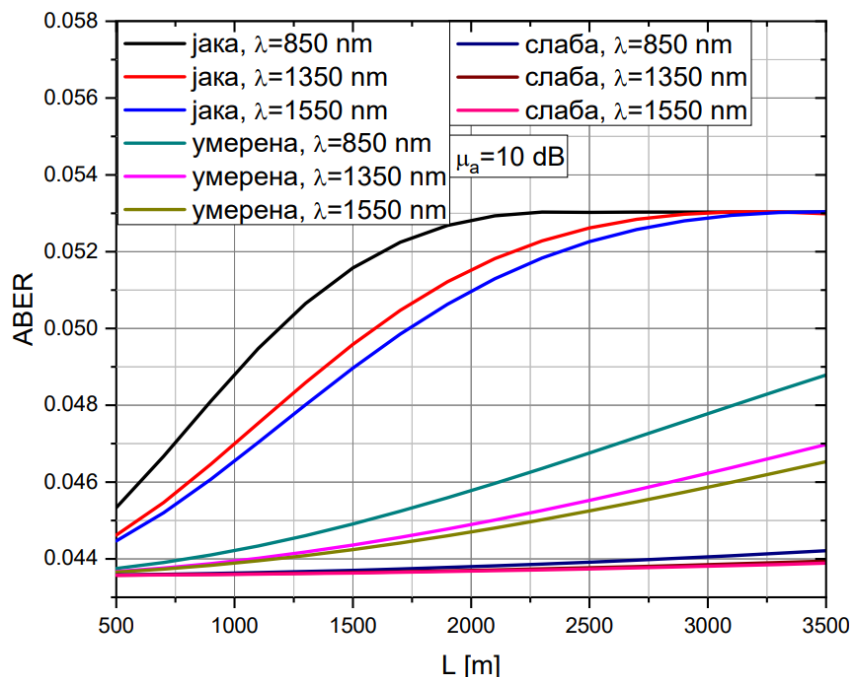
$$P_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha)} \left( \frac{2\alpha\sigma_N^2}{R^2P} \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} G_{2,2}^{2,2} \left[ \frac{2\alpha\sigma_N^2}{R^2P} \left| \begin{matrix} -\frac{\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha}{2} \\ \frac{\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha+1}{2} \end{matrix} \right. \right]. \quad (3.66)$$

На Слици 3.14 и Слици 3.15 дати су графици промена АBER-а за FSO канал моделован К расподелом у зависности од SNR-а и дужине линка  $L$ , респективно. Са Слике 3.14 се може видети да за све разматране степене јачине атмосферске турбуленције и таласне дужине добијају се приближно исте вредности АBER-а. Односно, за све разматране параметре, АBER опада приближно исто са растом SNR-а.



Слика 3.14. АBER за К модел канала у зависности од SNR-а при PolSK модулацији.

Са Слике 3.15 се види да јака атмосферска турбуленција доводи до бржег раста АBER-а при повећању дужине FSO линка,  $L$ , као у случају канала моделованим Гама-Гама расподелом. Међутим, код канала који је моделован К расподелом, може се видети да за јак степен атмосферске турбуленције, АBER тежи константној вредности за све таласне дужине. За умерену и слабу атмосферску турбуленцију раст АBER-а је знатно мање израженији, с тим што је повећање више изражено на већим дужинама линка.



Слика 3.15. АБЕР за К модел канала у зависности од дужине линка  $L$  при PolSK модулацији.

### 3.3.4. I-K расподела и PolSK модулација

АБЕР за PolSK модулациони формат у случају примене I-K расподеле за описивање канала може се одредити заменом PDF за I-K модел (2.17) за  $0 < I < \rho / (1 + \rho)$  у (2.34):

$$P_e = \alpha(1 + \rho) \left(1 + \frac{1}{\rho}\right)^{\frac{\alpha-1}{2}} K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha\rho}) \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha-1}{2}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{R^2 P}{2\sigma_N^2}} I_a\right) I_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha(1+\rho)} I_a) dI_a \quad (3.67)$$

У циљу добијања решења, интеграл из (3.67) се применом правила (3.43) за развој модификоване Беселове функције прве врсте  $I_\nu(\cdot)$  и правила (3.46) за представљање комплементарне функције грешке  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  преко Мајерове G функције своди на:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi n} \Gamma(\alpha + n)} (\alpha(1 + \rho))^{\frac{\alpha+1}{2} + n} \left(1 + \frac{1}{\rho}\right)^{\frac{\alpha-1}{2}} \times \quad (3.68)$$

$$\times K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha\rho}) \int_0^{\infty} I_a^{\alpha+n-1} G_{1,2}^{2,0}\left[\frac{R^2 P}{2\sigma_N^2} I_a \left| \begin{matrix} 1 \\ 0, 1/2 \end{matrix} \right. \right] dI_a$$

Применом решања датог у (3.12) добија се израз за АBER када се пренос у FSO систему врши преко PolSK модуларне шеме, а у случају I-K расподеле за  $0 < I < \rho/(1+\rho)$ :

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi} n!} (\alpha \rho)^{-\frac{\alpha-1}{2}} \left( \frac{2\sigma_N^2 \alpha (1+\rho)}{R^2 P} \right)^{\alpha+n} K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha \rho}) \frac{\Gamma\left(\alpha+n+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(\alpha+n+1)}. \quad (3.69)$$

Заменом PDF за I-K модел (2.17) за  $I > \rho/(1+\rho)$  и (2.34), добија се интеграл за АBER:

$$P_e = \alpha(1+\rho) \left(1 + \frac{1}{\rho}\right)^{\frac{\alpha-1}{2}} I_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha \rho}) \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha-1}{2}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{R^2 P}{2\sigma_N^2}} I_a\right) K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha(1+\rho)} I_a) dI_a. \quad (3.70)$$

где се након представљања Беселове функције друге врсте  $K_\nu(\cdot)$  и комплементарне функције грешке  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  преко одговарајућих Мајерових G функција коришћењем правила датим у (3.2) и (3.46) добија:

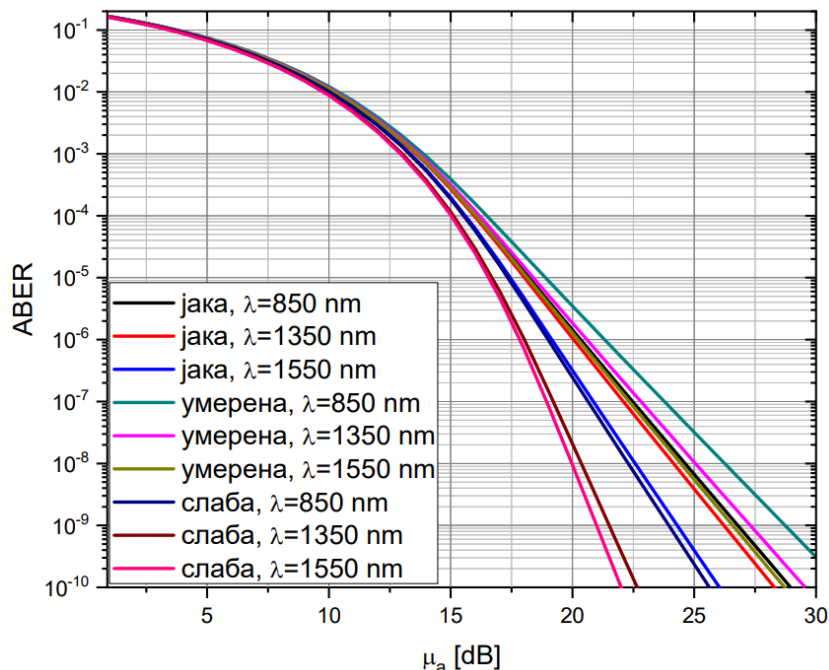
$$P_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \alpha(1+\rho) \left(1 + \frac{1}{\rho}\right)^{\frac{\alpha-1}{2}} I_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha \rho}) \times \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha-1}{2}} G_{1,2}^{2,0} \left[ \frac{R^2 P}{2\sigma_N^2} I_a \middle| 0, 1/2 \right] G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha(1+\rho) I_a \middle| \frac{\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha-1}{2} \right] dI_a, \quad (3.71)$$

До решења интеграла се долази применом правила датог у (3.5), након чега се добија израз у затвореном облику за АBER у случају I-K расподеле за  $I > \rho/(1+\rho)$ :

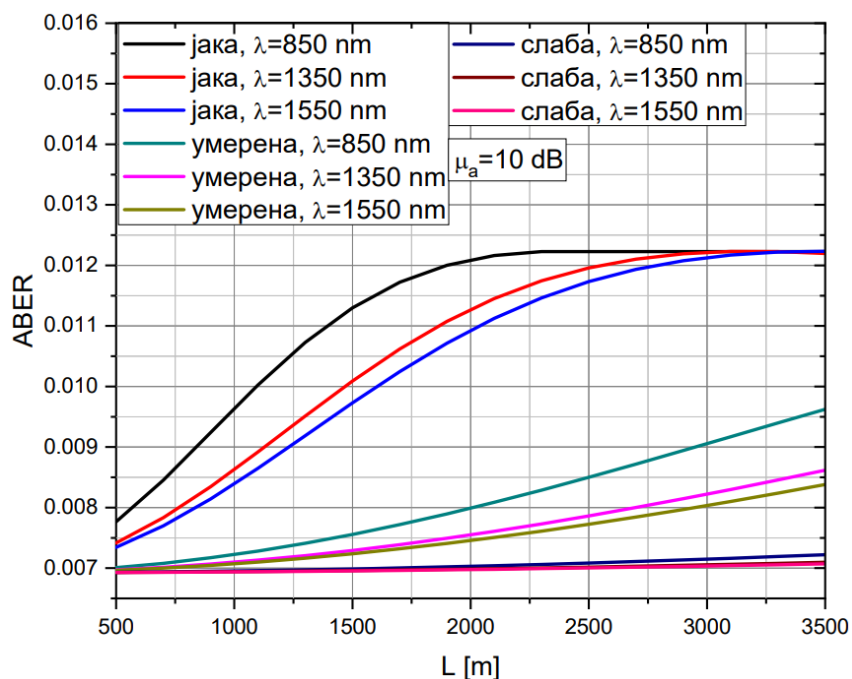
$$P_e = \frac{\sigma_N^2 \alpha (1+\rho)}{\sqrt{\pi} R^2 P} \left( \frac{2\sigma_N^2 (1+\rho)}{\rho R^2 P} \right)^{\frac{\alpha-1}{2}} I_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha \rho}) G_{2,3}^{2,2} \left[ \frac{2\sigma_N^2 \alpha (1+\rho)}{R^2 P} \middle| \frac{-\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha}{2} \right] \left[ \frac{\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha+1}{2} \right]. \quad (3.72)$$

На Слици 3.16 и Слици 3.17 дата је промена АBER-а за FSO канал моделован I-K расподелом у зависности од SNR-а и дужине линка  $L$ , респективно. Са Сlike 3.16 се види да се за вредности  $\text{SNR} < 15$  dB добијају приближно исте вредности АBER-а и да тек када је  $\text{SNR} > 15$  dB долази до јасне разлике између вредности. Како карактеристично за I-K расподелу је што се након  $\text{SNR} > 15$  dB највише вредности АBER-а добијају за умерену атмосферску турбуленцију, а ниже вредности за јаку и слабу турбуленцију.

Чиме је и потврђено да се I-K расподела не користи за моделовање FSO канала при умереном степену атмосферске турбуленције.



Слика 3.16. АБЕР за I-K модел канала у зависности од SNR-а при PolSK модулацији.



Слика 3.17. АБЕР за I-K модел канала у зависности од дужине линка  $L$  при PolSK модулацији.

Са Сликe 3.17 може се видети да је понашање АБЕР-а у зависности од дужине линка  $L$ , за јак степен атмосферске турбуленције идентично као и у случају канала моделованог K расподелом. Након  $L > 2500$  m АБЕР тежи константној вредности.

Такође, слично је понашање ABER-а и за умерени степен атмосферске турбуленције, као и код канала моделованим К расподелом. Код слабог степена атмосферске турбуленције, ABER је приближно исти, односно, не мења се са променом дужине FSO линка.

На основу добијених резултата се може видети да ABER опада са порастом SNR-а, односно расте са порастом дужине FSO линка. Најбоље перформансе FSO система се добијају за слабе степене атмосферске турбуленције и високе таласне дужине на којима систем ради, а најгоре за јаке степене атмосферске турбуленције. Једино одступање је код атмосферских канала моделованим I-K расподелом, код кога најгоре перформансе даје умерена атмосферска турбуленција. Из тог разлога она се не користи за моделовање FSO канала у случају умереног степена атмосферске турбуленције. Код атмосферских канала моделованим К расподелом добијају се приближно исте вредности ABER-а.

Уколико се посматра промена ABER-а у зависности од дужине FSO линка, може се закључити да у свим случајевима моделовања FSO канала постоји знатно одступање ABER-а у случајевима јаке атмосферске турбуленције. Код канала моделованих К расподелом и I-K расподелом, на већим дужинама линка не постоји утицај таласне дужине (ABER тежи константној вредности). Боље перформансе система се остварују за умерену и слабу атмосферску турбуленцију. У тим случајевима, на краћим деоницама FSO линка не постоји утицај таласне дужине на квалитет преноса. На основу добијених резултата, такође, може се закључити да се најбоље перформансе добијају за канале моделоване Гама-Гама расподелом, а затим код канала моделованих I-K расподелом.

### **3.4. Анализа ABER-а FSO канала са MPPM модулацијом**

У овом одељку је извршена анализа перформанси FSO система који ради у условима јаке атмосферске турбуленције са каналима описаним Гама-Гама расподелом, К расподелом, Негативном експоненцијалном расподелом и Логаритамско-нормалном расподелом. Посматран је пријем преко MPPM модулационог формата за случај јаких атмосферских турбуленција и дато је нумеричко

и графичко поређење АВЕР-а за различите расподеле за моделирање канала. Резултати из овог одељка су публиковани у раду [129].

### 3.4.1. Гама-Гама расподела и МРРМ модулација

Када се примењује МРРМ модулативна шема, АВЕР на пријемној страни за случај када је канал моделован Гама-Гама расподелом се може добити заменом једначине за PDF (2.7) у израз (2.35):

$$P_e = \frac{2(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \frac{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1} \left( \frac{N}{\omega} \right)^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1}} \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} \operatorname{erfc} \left( \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)} I_a \right) K_{\alpha-\beta} \left( 2\sqrt{\alpha\beta} I_a \right) dI_a. \quad (3.73)$$

Како би се извео израз за АВЕР у затвореном облику, модификована Беселова функција друге врсте  $K\nu(\cdot)$  из (3.73) се представља преко Мајерове G функције као у (3.2), док се комплементарна функција грешке  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  представља преко Мајерове G функције као у (3.8):

$$P_e = \frac{(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \frac{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1} \left( \frac{N}{\omega} \right)^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1}} \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha\beta I_a \left| \begin{matrix} - \\ \alpha - \beta \\ 2 \end{matrix}, \begin{matrix} - \\ -\alpha - \beta \\ 2 \end{matrix} \right. \right] \times \left( 1 - \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)} I_a G_{1,2}^{1,1} \left[ \left( \frac{P_T R}{2\omega} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) I_a^2 \left| \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ 0, -\frac{1}{2} \end{matrix} \right. \right] \right) dI_a. \quad (3.74)$$

У циљу решавања интеграла, израз (3.74) се може записати као:

$$P_e = \frac{(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \frac{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1} \left( \frac{N}{\omega} \right)^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1}} (I_1 - I_2). \quad (3.75)$$

где  $I_1$  представља интеграл који је дат у (3.11), а његово решење је израз добијен у (3.13).

Интеграл  $I_2$  има облик:

$$I_2 = \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)} \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha+\beta}{2}} G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha\beta I_a \left| \frac{\alpha-\beta}{2}, -\frac{\alpha-\beta}{2} \right. \right] \times$$

$$\times G_{1,2}^{1,1} \left[ \left( \frac{P_T R}{2\omega} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) I_a^2 \left| \frac{1}{2}, \right. \right] dI_a \quad (3.76)$$

за који се применом правила (3.15) долази до решења:

$$I_2 = \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)} (\alpha\beta)^{-\frac{\alpha+\beta}{2}-1} \times$$

$$\times H_{3,2}^{1,3} \left[ \frac{\left( \frac{P_T R}{2\omega} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)}{(\alpha\beta)^2} \left| \left( \frac{1}{2}, 1 \right), (-\alpha, 2), (-\beta, 2) \right. \right] \cdot \quad (3.77)$$

$$\left. \left( 0, 1 \right), \left( -\frac{1}{2}, 1 \right) \right]$$

Заменом (3.13) и (3.77) у (3.75) добија се коначно решење за ABER:

$$P_e = \frac{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1} \left( \frac{N}{\omega} \right)^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1}} \left( 1 - \frac{1}{\alpha\beta\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\sqrt{\pi}\omega} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)} \times \right.$$

$$\left. \times H_{3,2}^{1,3} \left[ \frac{\left( \frac{P_T R}{2\alpha\beta\omega} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)}{\left( \frac{1}{2}, 1 \right), (-\alpha, 2), (-\beta, 2)} \right] \right) \cdot \quad (3.78)$$

$$\left. \left( 0, 1 \right), \left( -\frac{1}{2}, 1 \right) \right]$$

Овај FSO систем за који је примењена MPPM модуларациона техника разматра се за различите вредности јаке турбуленције са индексима преламања  $C_n^2 = 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$  и  $C_n^2 = 2,5 \cdot 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ . Што се тиче удаљености између предајника и пријемника, разматрана су три случаја:  $L=500 \text{ m}$ ,  $L=1000 \text{ m}$  и  $L=1500 \text{ m}$ . Поред тога, анализиран је утицај активних временских слотова  $\omega$  на перформансе ABER-а FSO система у јакој турбуленцији. Нумерички резултати за ABER приказани су графички у функцији средње предајне оптичке снаге и јачине атмосферске турбуленције. У одељцима 3.4.2, 3.4.3 и 3.4.4 коришћени су исти параметри система за нумерички прорачун.

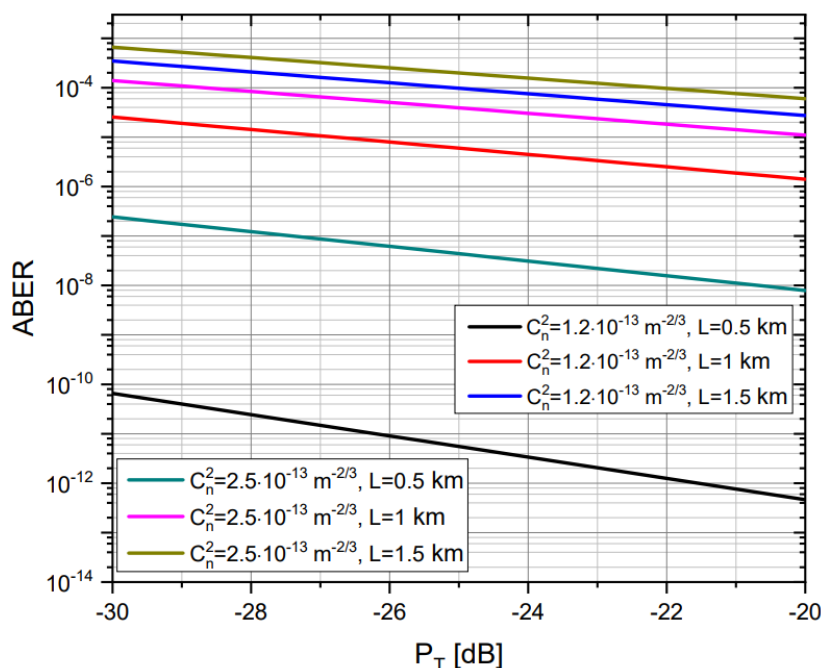
У Табели 3.2 дати су одређени параметри FSO система и њихове вредности које се разматрају у нумеричким проценама.



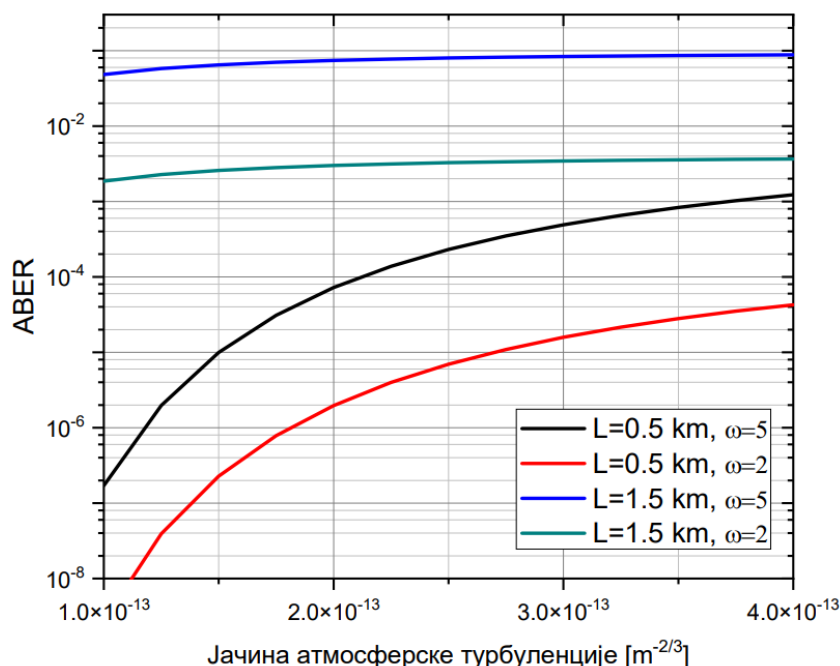
Табела 3.2. Параметри FSO система за MPPM модулацију.

Параметар	Симбол	Вредност
Таласна дужина	$\lambda$	875 nm
Осетљивост фотодетектора	$R$	0,5 A/W
Полупречник детектора	$a$	0,05 m
Квантна ефикасност	$\eta$	0,8
Варијанса шума	$\sigma_N$	$10^{-7}$ A/Hz
Средња предајна оптичка снага	$P_T$	$10^{-5}$ W
Временски слотови	$N$	12
Активни временски слотови	$\omega$	5

Понашање ABER-а за FSO канал моделован Гама-Гама расподелом у функцији средње примљене оптичке снаге је приказано на Слици 3.18. Са Сlike 3.18 се може видети да се ABER смањује готово линеарно са повећањем снаге. За веће вредности јаке атмосферске турбуленције, као и за веће удаљености између предајника и пријемника, ABER има веће вредности. Такође, може се приметити да је на истој дужини FSO линка од  $L=500$  m ABER већи за неколико редова величине само због веома малог повећања атмосферске турбуленције. Сличан закључак се може извести ако се посматра промена дужине FSO линка на истој вредности турбуленције.



Слика 3.18. ABER за Гама-Гама модел канала у зависности од средње предајне оптичке снаге при MPPM модулацији.



Слика 3.19. АБЕР за Гاما-Гاما модел канала у зависности од јачине атмосферске турбуленције при МРРМ модулацији.

На Слици 3.19 је приказано понашање АБЕР-а за Гاما-Гاما расподелу за различите вредности дужине FSO линка и активних временских слотова. Може се видети да за веће дужине FSO линка АБЕР има веће вредности, али је скоро константан са повећањем атмосферске турбуленције. За краће дужине FSO линка, АБЕР се повећава са повећањем атмосферске турбуленције. Такође, може се приметити да за предајну оптичку снагу  $P_T=10^{-5}$  W, коришћење мањег броја активних временских слотова побољшава перформансе FSO система.

### 3.4.2. К расподела и МРРМ модулација

Заменом PDF за К расподелу (2.16) у (2.35) за добијање АБЕР-а у зависности од флукуације интензитета оптичког сигнала када се пренос у FSO систему врши преко МРРМ модулационог формата добија се:

$$P_e = \frac{2\alpha^{\frac{\alpha+1}{2}}}{\Gamma(\alpha)} \frac{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1}}{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1}} \frac{\binom{N}{\omega} - 1}{2} \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha-1}{2}} \operatorname{erfc} \left( \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)} I_a \right) K_{\alpha-1} \left( 2\sqrt{\alpha I_a} \right) dI_a \quad (3.79)$$

Када се модификована Беселова функцију друге врсте  $K_\nu(\cdot)$  и комплементарна функција грешке  $\text{erfc}(\cdot)$  представе преко одговарајућих Мајерових  $G$  функције као у (3.2) и (3.8), израз (3.79) се своди на:

$$P_e = \frac{\alpha^{\frac{\alpha+1}{2}}}{\Gamma(\alpha)} \frac{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1} \binom{N}{\omega}^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1}} \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha-1}{2}} G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha I_a \left| \frac{\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha-1}{2} \right. \right] \times \left( 1 - \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega}} I_a G_{1,2}^{1,1} \left[ \left( \frac{P_T R}{2\omega} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega} I_a^2 \left| \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2} \right. \right] \right) dI_a, \quad (3.80)$$

тј.

$$P_e = \frac{\alpha^{\frac{\alpha+1}{2}}}{\Gamma(\alpha)} \frac{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1} \binom{N}{\omega}^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1}} (I_1 - I_2), \quad (3.81)$$

За интеграл  $I_1$  који има облик као у (3.37) решење је дато у (3.38), док је интеграл  $I_2$ :

$$I_2 = \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega}} \int_0^\infty I_a^{\frac{\alpha+1}{2}} G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha I_a \left| \frac{\alpha-1}{2}, -\frac{\alpha-1}{2} \right. \right] \times G_{1,2}^{1,1} \left[ \left( \frac{P_T R}{2\omega} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega} I_a^2 \left| \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2} \right. \right] dI_a, \quad (3.82)$$

за који се применом (3.15) долази до решења:

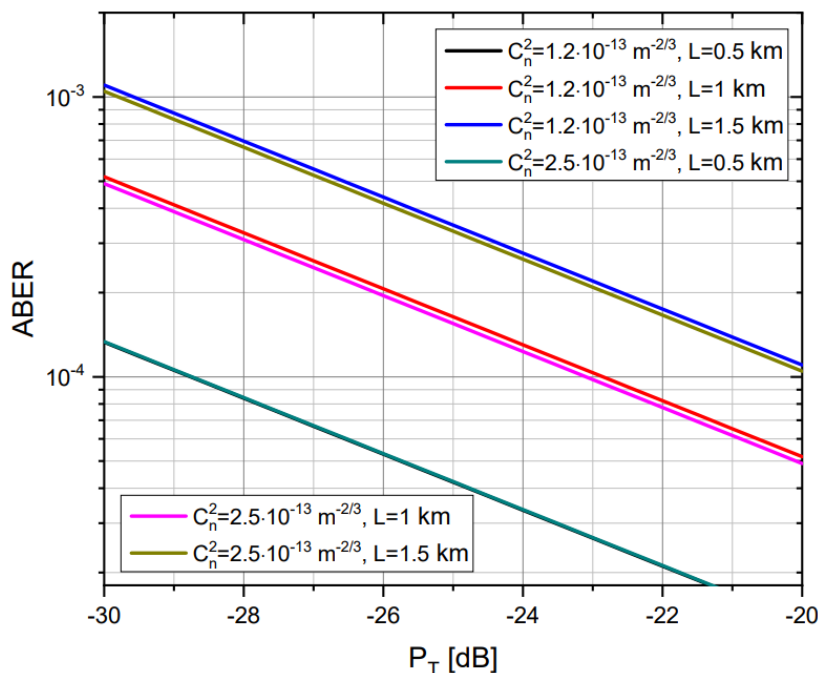
$$I_2 = \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega}} \alpha^{-\frac{\alpha+3}{2}} \times {}_3H_{3,2}^{1,3} \left[ \left( \frac{P_T R}{2\omega} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega} \left| \begin{matrix} \left( \frac{1}{2}, 1 \right), (-\alpha, 2), (-1, 2) \\ (0, 1), \left( -\frac{1}{2}, 1 \right) \end{matrix} \right. \right]. \quad (3.83)$$

Заменом (3.38) и (3.83) у (3.81) добија се израз у затвореном облику за АВЕР:

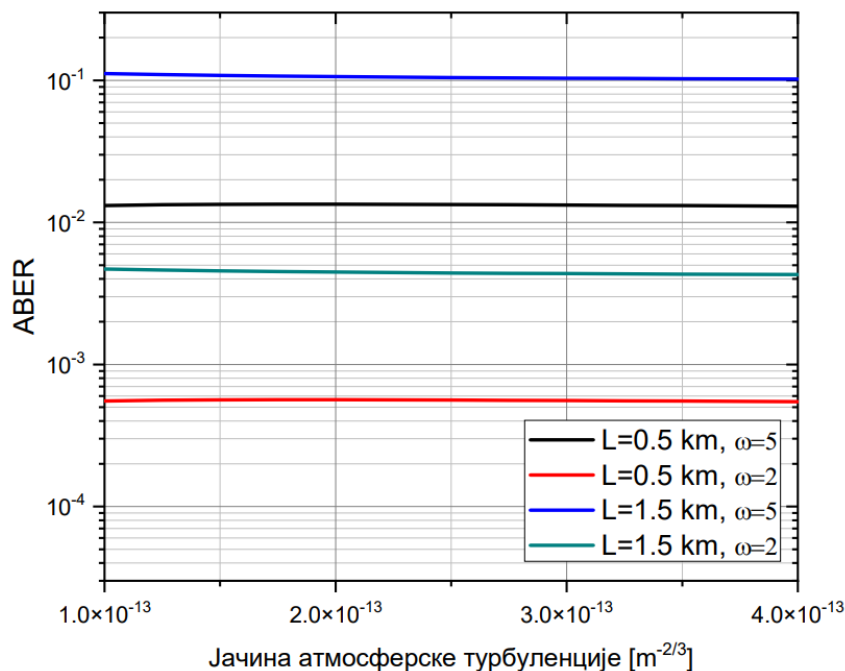
$$P_e = \frac{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1}}{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1}} \frac{\binom{N}{\omega} - 1}{2} \left( 1 - \frac{1}{\alpha \Gamma(\alpha)} \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\sqrt{\pi\omega}} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega}} \times \right. \quad (3.84)$$

$$\left. \times H_{3,2}^{1,3} \left[ \left( \frac{P_T R}{2\alpha\omega} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega} \middle| \begin{matrix} \left( \frac{1}{2}, 1 \right), (-\alpha, 2), (-1, 2) \\ (0, 1), \left( -\frac{1}{2}, 1 \right) \end{matrix} \right] \right)$$

Са Сlike 3.20 се може видети да у случају атмосферског канала моделованог К расподелом мале промене у јакој турбуленцији не утичу превише на АBER. Међутим, дужина FSO линка овде има много већи утицај на АBER. АBER има веће вредности за веће растојање између предајника и пријемника. Ипак, ово повећање АBER-а у К расподели није тако значајно као у атмосферском каналу моделованом Гама-Гама расподелом, иако се може приметити да се боље АBER перформансе FSO система постижу Гама-Гама расподелом.



Слика 3.20. АBER за К модел канала у зависности од средње предајне оптичке снаге при МРРМ модулацији.



Слика 3.21. АБЕР за К модел канала у зависности од јачине атмосферске турбуленције при MPPM модулацији.

Са Сlike 3.21, за К расподелу се може видети да дужина FSO линка и број активних временских слотова имају већи утицај на АБЕР него атмосферска турбуленција. АБЕР је константан у читавом опсегу промена вредности атмосферске турбуленције. Утицај активних временских слотова највише се огледа у чињеници да за мање активних временских слотова АБЕР има ниже вредности, чак и ако је дужине линка повећана.

### 3.4.3. Негативна експоненцијална расподела и MPPM модулација

АБЕР се за FSO систем чији је канал моделован Негативном експоненцијалном расподелом за случај када се користи MPPM модулациони формат за пренос добија када се израз за PDF (2.11) замени у једначини (2.35):

$$P_e = \frac{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1}}{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor} - 1} \frac{\binom{N}{\omega} - 1}{2I_0} \int_0^\infty e^{-\frac{I_a}{I_0}} \operatorname{erfc} \left( \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega}} I_a \right) dI_a, \quad (3.85)$$

који се даље коришћењем правила које је дато у (3.8) своди на:

$$P_e = \frac{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1} \left( \frac{N}{\omega} \right)^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1} 2I_0} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} e^{-\frac{I_a}{I_0}} \left( 1 - \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)} I_a G_{1,2}^{1,1} \left[ \left( \frac{P_T R}{2\omega} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) I_a^2 \left| \begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ 0, -\frac{1}{2} \end{array} \right. \right] I_a \right) dI_a, \quad (3.86)$$

односно:

$$P_e = \frac{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1} \left( \frac{N}{\omega} \right)^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1} 2I_0} (I_1 - I_2). \quad (3.87)$$

$I_1$  ће бити:

$$I_1 = \int_0^{\infty} e^{-\frac{I_a}{I_0}} dI_a = I_0, \quad (3.88)$$

док је  $I_2$ :

$$I_2 = \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)} \int_0^{\infty} I_a e^{-\frac{I_a}{I_0}} G_{1,2}^{1,1} \left[ \left( \frac{P_T R}{2\omega} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) I_a^2 \left| \begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ 0, -\frac{1}{2} \end{array} \right. \right] dI_a, \quad (3.89)$$

за који се коришћењем релације за трансформацију експоненцијалне функције у Мајерову G функцију (3.3) добија:

$$I_2 = \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)} \int_0^{\infty} I_a G_{0,1}^{1,0} \left[ \frac{I_a}{I_0} \left| \begin{array}{c} - \\ 0 \end{array} \right. \right] G_{1,2}^{1,1} \left[ \left( \frac{P_T R}{2\omega} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) I_a^2 \left| \begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ 0, -\frac{1}{2} \end{array} \right. \right] dI_a. \quad (3.90)$$

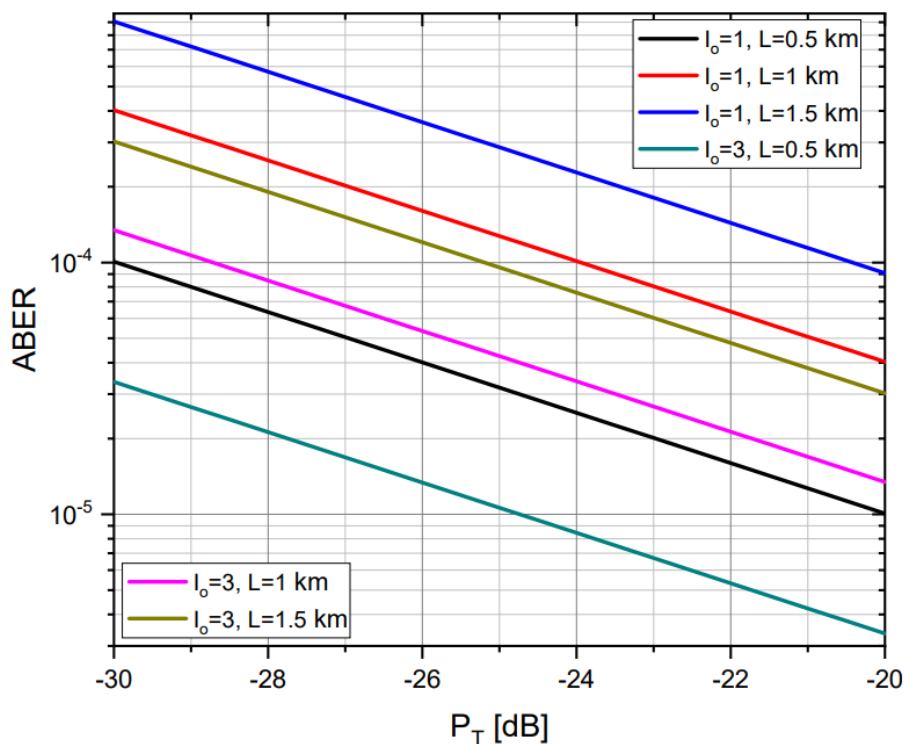
Применом правила датог у (3.15) долази се до решења интеграла  $I_2$ :

$$I_2 = \frac{P_T R I_0^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)} H_{2,2}^{1,2} \left[ \left( \frac{P_T R I_0}{2\omega} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \left| \begin{array}{c} \left( \frac{1}{2}, 1 \right), (-1, 2) \\ (0, 1), \left( -\frac{1}{2}, 1 \right) \end{array} \right. \right]. \quad (3.91)$$

Након што се добијена решења (3.88) и (3.91) замене у (3.87) добија се израз за АBER за Негативну експоненцијалну расподелу:

$$P_e = \frac{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1} \left( \frac{N}{\omega} \right)^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1}} \left( 1 - \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2 I_0}{2\sqrt{\pi\omega}} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)} \right) \times H_{2,2}^{1,2} \left[ \left( \frac{P_T R I_0}{2\omega} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \begin{matrix} \left( \frac{1}{2}, 1 \right), (-1, 2) \\ (0, 1), \left( -\frac{1}{2}, 1 \right) \end{matrix} \right] \quad (3.92)$$

На Слици 3.22, промене ABER-a су приказане у зависности од средње примљене оптичке снаге у FSO каналу моделованим Негативном експоненцијалном расподелом. Јасно је приказано да ABER за све разматране расподеле показује побољшање са порастом снаге. Као што се и очекивало, за веће дужине FSO линка добијају се веће вредности ABER-a. Такође, перформансе FSO система су боље за веће вредности средњег интензитета  $I_0$ , односно даје ниже вредности ABER-a.



Слика 3.22. ABER за Негативни експоненцијални модел канала у зависности од средње предајне оптичке снаге при MPPM модулацији.

### 3.4.4. Логаритамско-нормална расподела и MPPM модулација

За канал MPPM FSO система који је моделован Логаритамско-нормалном расподелом израз за ABER ће након замене PDF-а из (2.10) у (2.35) бити:

$$P_e = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_I^2}} \frac{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1} \binom{N}{\omega}^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1}} \int_0^\infty \frac{1}{I_a} e^{-\frac{\left(\ln(I_a) + \frac{\sigma_I^2}{2}\right)^2}{2\sigma_I^2}} \operatorname{erfc} \left( \frac{P_T R \left(\frac{\eta A}{\lambda L}\right)^2}{2\omega} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega}} I_a \right) dI_a \quad (3.93)$$

У циљу добијања решења интеграла из (3.93), уводи се смена  $t = \left(\ln(I_a) + \frac{\sigma_I^2}{2}\right) / \sqrt{2}\sigma_I$ , након чега се добија:

$$P_e = \frac{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1} \binom{N}{\omega}^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1}} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-t^2} \operatorname{erfc} \left( \frac{P_T R \left(\frac{\eta A}{\lambda L}\right)^2}{2\omega} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega}} e^{\sqrt{2}\sigma_I t - \frac{\sigma_I^2}{2}} \right) dt \quad (3.94)$$

где се применом правила (3.26) своди на:

$$P_e = \frac{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1} \binom{N}{\omega}^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1}} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \times \int_0^\infty e^{-t^2} \sum_{n=0}^\infty \frac{(-1)^n}{n!(2n+1)} \left( \frac{P_T R \left(\frac{\eta A}{\lambda L}\right)^2}{2\omega} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega}} \right)^{2n+1} e^{-\frac{\sigma_I^2}{2}(2n+1)} e^{-t^2 + \sqrt{2}\sigma_I(2n+1)t} dt \quad (3.95)$$

односно:

$$P_e = \frac{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1} \binom{N}{\omega}^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1}} (I_1 - I_2) \quad (3.96)$$

За  $I_1$  је решење приказано у (3.30), док је  $I_2$ :



$$I_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(2n+1)} \left( \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)} \right)^{2n+1} e^{-\frac{\sigma_I^2}{2}(2n+1)} \int_0^{\infty} e^{-t^2 + \sqrt{2}\sigma_I(2n+1)t} dt, \quad (3.97)$$

и до његовог решења се долази применом правила (3.32), па се добија:

$$I_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(2n+1)} \left( \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)} \right)^{2n+1} e^{\sigma_I^2 n(2n+1)} \left( 1 - \operatorname{erf} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_I (2n+1) \right) \right), \quad (3.98)$$

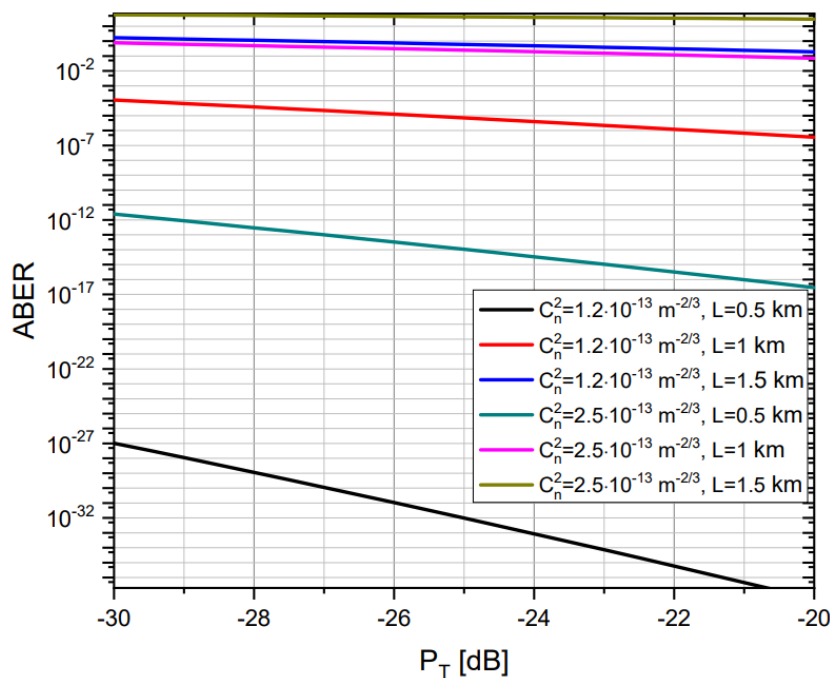
Заменом (3.30) и (3.98) у (3.96) изведен је коначан израз за АВЕР:

$$P_e = \frac{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1} \left( \frac{N}{\omega} \right)^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right) \rfloor - 1}} \left( \frac{1}{2} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(2n+1)} \left( \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \left( \frac{N}{\omega} \right)} \right)^{2n+1} \times e^{\sigma_I^2 n(2n+1)} \left( 1 - \operatorname{erf} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_I (2n+1) \right) \right) \right). \quad (3.99)$$

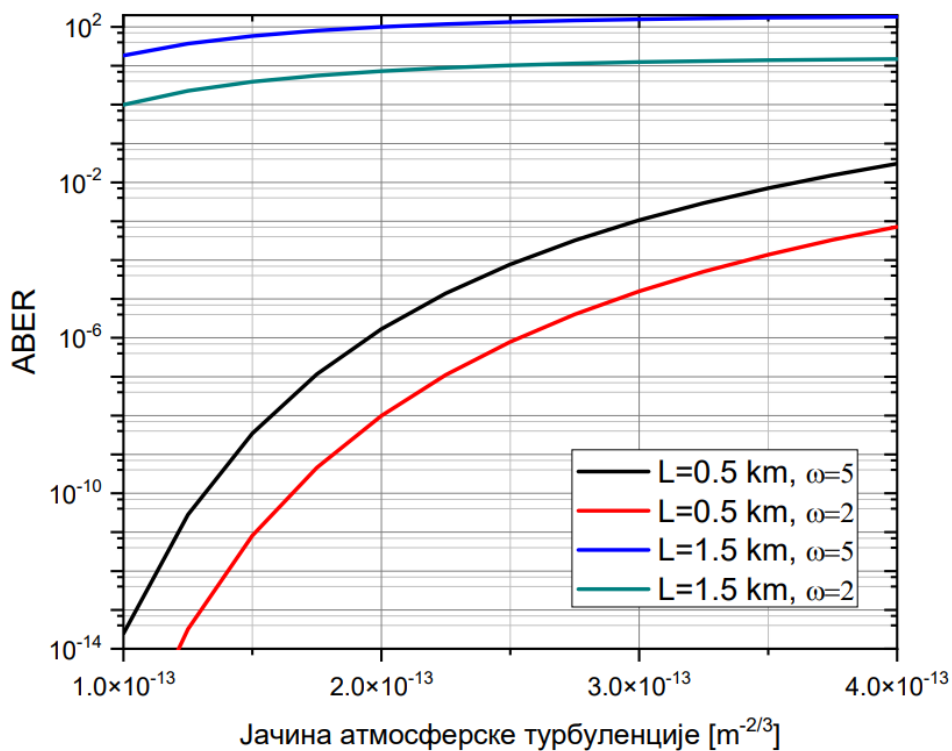
Добијени АВЕР за FSO канал моделован Логаритамско-нормалном расподелом у функцији средње примљене оптичке снаге, приказан на Слици 3.23, даје најбоље резултате за краћа растојања између предајника и пријемника. У овом случају, АВЕР има значајно ниже вредности у поређењу са резултатима добијеним за друге расподеле за  $L=500$  m, што доводи до значајног побољшања овог FSO система. С друге стране, за веће дужине FSO линка, FSO систем моделован Логаритамско-нормалном расподелом има веома високе вредности АВЕР, чак неколико редова величине веће од Гама-Гама и К расподеле за исте вредности параметара. Са Слике 3.23 се може видети да чак и за мала повећања јаке турбуленције и дужине FSO линка АВЕР расте, односно има знатно веће вредности. За веће вредности јаке турбуленције и веће дужине FSO линка, АВЕР је скоро константан са повећањем снаге.

За FSO систем са Логаритамско-нормалном расподелом, Слика 3.24, за ниже вредности атмосферске турбуленције, постоји велико повећање АВЕР-а за веће дужине FSO линка. За краће дужине FSO линка, АВЕР се значајно повећава са повећањем атмосферске турбуленције. Број активних временских слотова и овде има велики

утицај, па се још једном може видети да за дате параметре FSO систем има боље перформансе за мање активних временских слотова.



Слика 3.23. АБЕР за Логаритамско-нормални модел канала у зависности од средње предајне оптичке снаге при МРРМ модулацији.



Слика 3.24. АБЕР за Логаритамско-нормални модел канала у зависности од јачине атмосферске турбуленције при МРРМ модулацији.

Може се видети да повећање јачине атмосферске турбуленције углавном доводи до повећања АBER-а, са изузетком да ово повећање има различите ефекте у различитим моделима расподеле.

### 3.5. Симулација FSO система у различитим атмосферским приликама

Симулација рада FSO система урађена је коришћењем софтверног пакета OptiSystem 7.4 [130]. Анализиран је утицај различитих степена атмосферске турбуленције и дужине линка на квалитет преноса сигнала. Такође, посматран је утицај атмосферских појава на квалитет преноса сигнала у 32-каналном WDM (Wavelength Division Multiplexing) - FSO систему на различитим дужинама FSO линка. Као мера квалитета коришћен је  $Q$  фактор и BER. Графички су приказане промене  $Q$  фактора у зависности од посматраних параметара система, а дати су и дијаграми ока. Анализа резултата показује како се квалитет примљеног сигнала мења под утицајем различитих атмосферских појава на одређеним удаљеностима од предајника.

Поређење анализа перформанси FSO система и система са мономодним влакнима на основу  $Q$  фактора и BER-а урађених симулацијама у софтверу OptiSystem је приказано у [131], док је у [132] дата анализа перформанси оптичке мреже засноване на WDM технологији.

#### 3.5.1. FSO систем са NRZ и RZ OOK модулацијом

У овом одељку приказана је симулација рада FSO система са „повратком на нулу“ (RZ) и „без повратка на нулу“ (NRZ) OOK модулационом шемом у окружењу OptiSystem. NRZ и RZ OOK се често користе у оквиру OOK модулационе шеме због њихове једноставне имплементације и исплативости. RZ OOK модулација ради боље од NRZ OOK јер генерално има нижи BER, већи SNR, бољу нелинеарну толеранцију и енергетску ефикасност и нуди пренос на веће удаљености у поређењу са NRZ. NRZ OOK обезбеђује високу ефикасност пропусног опсега [28, 133]. Резултати из овог одељка су публиковани у раду [127].

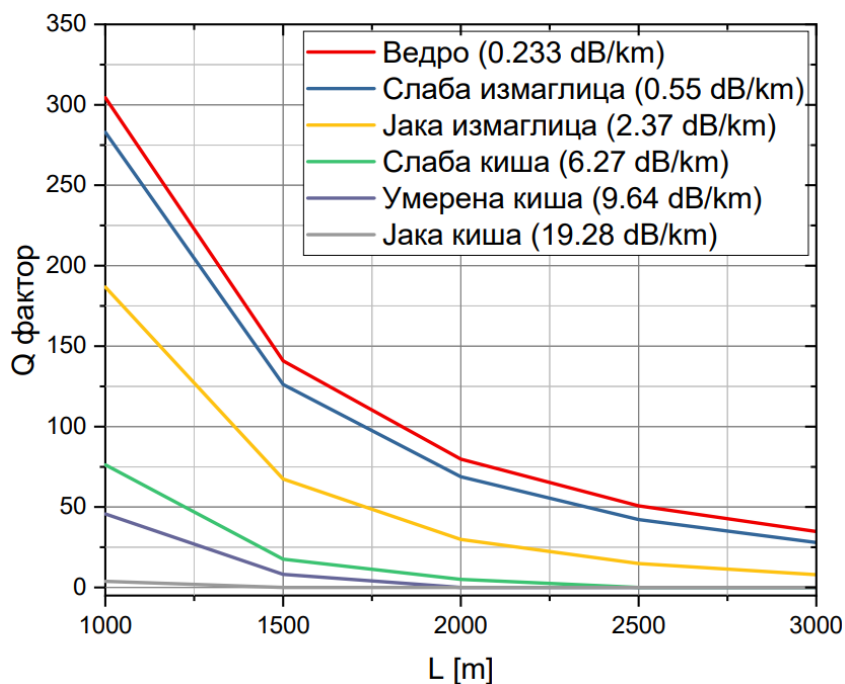
Извршена је симулација рада FSO система приказаног на Слици 2.1. Симулациони систем се састоји од генератора псеудо-случајних секвенци битова (PRBS - Pseudo-Random Bit Sequence) и генератора RZ и NRZ импулса (Pulse Generator) који се заједно доводе на Mach-Zehnder модулатор. Модулисани сигнал се шаље у FSO канал у којем се уноси одређени степен слабљења услед атмосферских утицаја. На пријемној страни се налази оптички пријемник (Optical Receiver) са Cutoff фреквенцијом  $=0,75 \cdot \text{BitRate Hz}$  и BER анализатор (BER Analyzer) за читавање мерених параметара. Систем је симулиран на таласној дужини 1550 nm и снагом предајника од 10 mW.

Рад FSO система је анализиран на деоницама од 1000 m, 1500 m, 2000 m, 2500 m и 3000 m, као и за слабљења изазвана утицајем различитих атмосферских појава чије су приближне вредности дате у Табели 3.3. [13, 134]. Слабљења у случају када је време ведро или када има слабе измаглице могу се сврстати у категорију слабе турбуленције, измаглица, слаба киша и веома слаба магла у категорију умерене турбуленције, док умерена до јака киша и магла спадају у категорију јаке турбуленције.

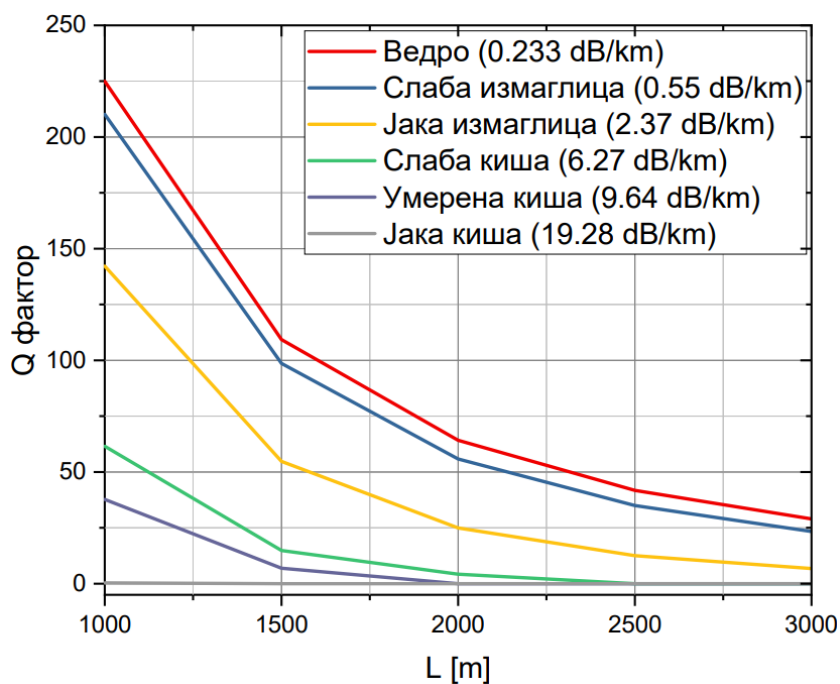
Табела 3.3. Слабљења FSO канала при различитим атмосферским појавама.

Атмосферска појава	Слабљење [dB/km]
Веома ведро	0,19-0,47
Ведро	0,54-0,6
Слаба измаглица	1,1-2
Измаглица	3,1-4,6
Слаба киша	6,27
Умерена киша	9,64
Јака киша	19,28
Слаба магла	6,6-18,3
Умерена магла	28,9
Густа магла	75

На Слици 3.25 и Слици 3.26 дата је промена  $Q$  фактора у односу на дужину FSO линка и за слабљења изазвана различитим атмосферским појавама, за RZ OOK и NRZ OOK модулациону шему, респективно. BER дијаграми ока за деонице дужине  $L=2000$  m, RZ и NRZ модулациону шему и слабљења изазвана у случају ведрога времена, јаке измаглице и умерене кише дати су на Слици 3.27, Слици 3.28 и Слици 3.29, респективно.



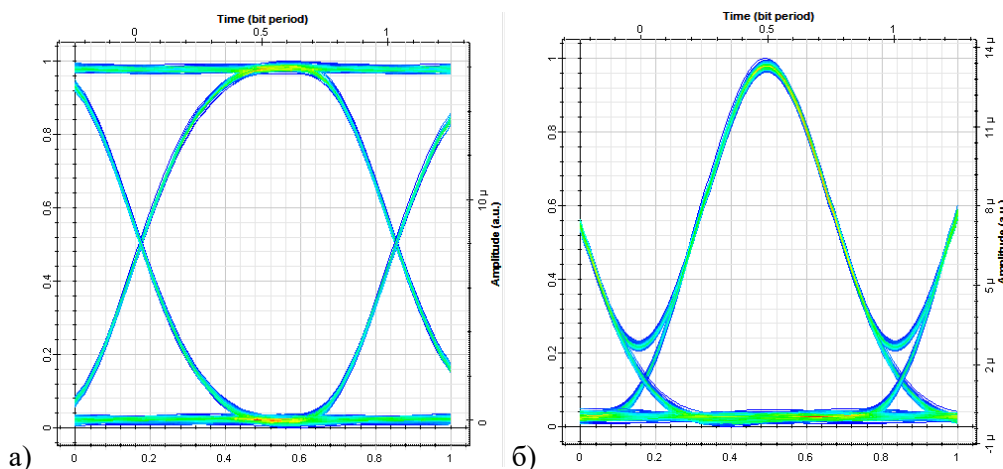
Слика 3.25. Q фактор при RZ OOK модуларацији.



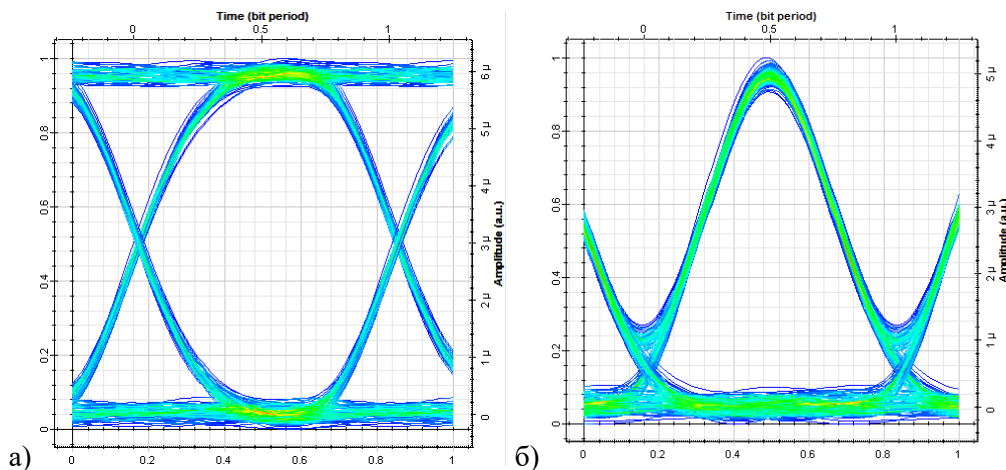
Слика 3.26. Q фактор при NRZ OOK модуларацији.

Узимајућу у обзир да је квалитетан пренос остварен уколико је вредност  $Q > 5,5$ , са датих слика се може видети да је квалитетан пренос остварен на свим деоницама при ведром времену, слабој и јакој измаглици. При атмосферским појавама као што су слаба и умерена киша квалитетан пренос је могуће остварити закључно са деоницом од 2000 m. При јакој киши квалитетан пренос сигнала је немогуће остварити за анализиран систем. У том случају се мора прибећи повећавању снаге извора. Такође,

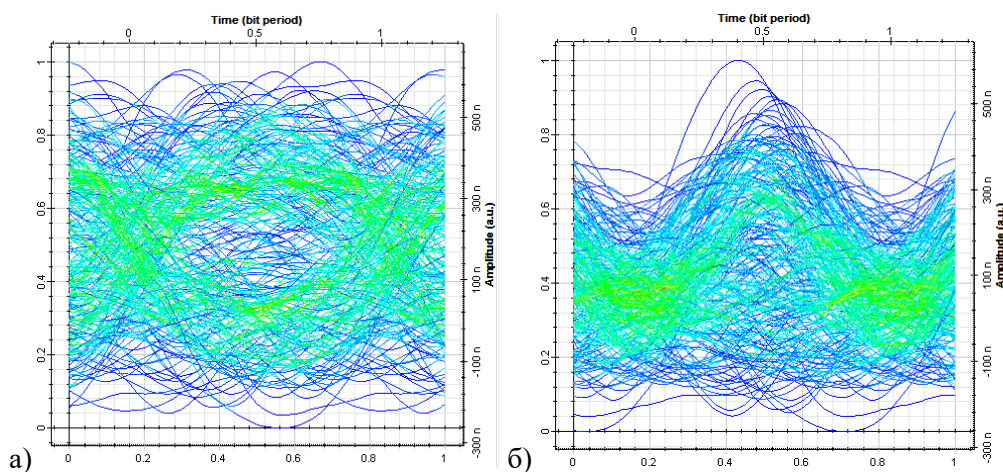
опadaње  $Q$  фактора је израженије на краћим дужинама линка. Са порастом дужине FSO линка смањење  $Q$  фактора је мање израженије.



Слика 3.27. BER дијаграми ока за слабљења изазвана у случају ведрог времена за дужине линка  $L=2000$  m: а) RZ OOK, б) NRZ OOK.



Слика 3.28. BER дијаграми ока за слабљења изазвана јаком измаглицом за дужине линка  $L=2000$  m: а) RZ OOK, б) NRZ OOK.



Слика 3.29. BER дијаграми ока за слабљења изазвана умереном кишом за дужине линка  $L=2000$  m: а) RZ OOK, б) NRZ OOK.

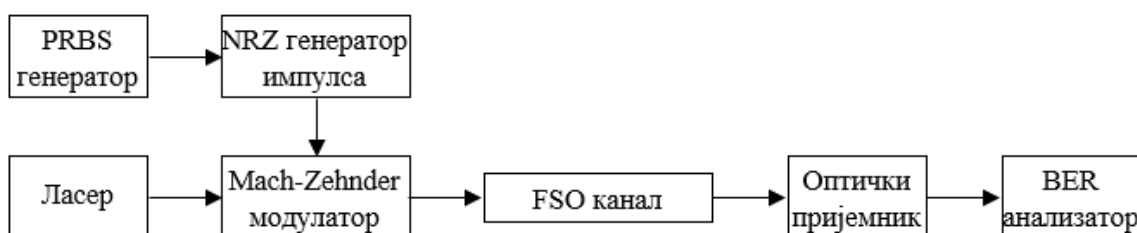
Са датих слика се такође може видети да RZ OOK модуациона шема даје боље резултате него NRZ OOK модуациона шема, те се са RZ OOK модуационом шемом може остварити квалитетан пренос на већим дужинама FSO линка.

Симулациони резултати потврђују добијене аналитичке и нумеричке резултате из Одељка 3.2 у смислу остваривања квалитета преноса на различитим дужинама преносног линка и за различите атмосферске појаве у FSO каналима.

Добијени резултати се могу искористити и као основа за одређивање других статистичких карактеристика за описивање рада преносног система као што су средњи број осних пресека, средњи број фазних осних пресек, трајање фединга, капацитет канала, и др.

### 3.5.2. FSO систем у различитим оптичким прозорима

Модел система на основу кога је извршена симулација у софтверу OptiSystem 7.4 дат је на Слици 3.30. На улазу посматраног система се налазе генератора псеудо-случајних секвенци битова (PRBS) и NRZ генератор импулса који се заједно доводе на Mach-Zehnder модулатор. Бинарна секвенца псеудо-случајних битова која се генерише у PRBS генератору пролази кроз NRZ генератор импулса где се тај низ битова претвара у електричне импулсе. Тако добијени импулс и сигнал из извора који је моделован CW (Continuous-wave) ласером се модулишу у Mach-Zehnder модулатору. Тако добијени излаз је оптички сигнал који је променљивог интензитета у складу са улазним електричним сигналом. На улаз компоненте која имитира FSO канал доводи се модулисани оптички сигнал и у њој се уноси одређени степен слабљења услед атмосферских утицаја. Оптички пријемник са Cutoff фреквенцијом  $=0,75 \cdot \text{BitRate Hz}$  се налази на пријемној страни, а на њега је повезан BER анализатор који служи за читавање мерених параметара.



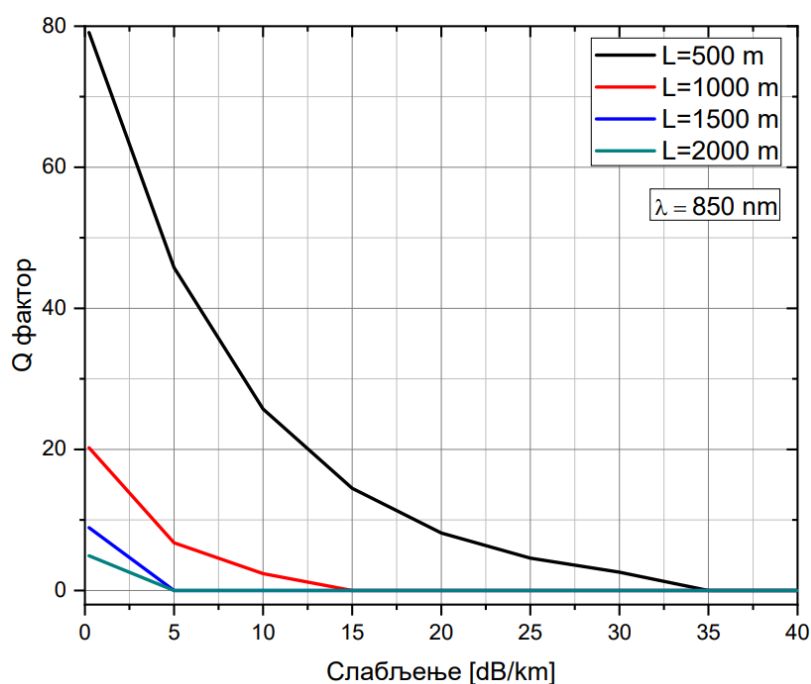
Слика 3.30. Блок дијаграм симулираног модела FSO система.

Систем је симулиран са снагом предајника од 10 mW и на таласним дужинама од 850 nm, 1315 nm и 1550 nm. Пречник предајника и пријемника су 5 cm и 7,5 cm, респективно, док су њихови губици по 1,8 dB. Дивергенција ласерског снопа износи 2 mrad, док су остали додатни губици 1 dB.

Извршена је анализа за различите дужине FSO линка од 500 m, 1000 m, 1500 m и 2000 m, као и за слабљења од 0 dB/km до 40 dB/km. Слабљење у овом опсегу изазвано је утицајем различитих атмосферских појава (Табела 3.3). Резултати из овог одељка су публиковани у раду [135].

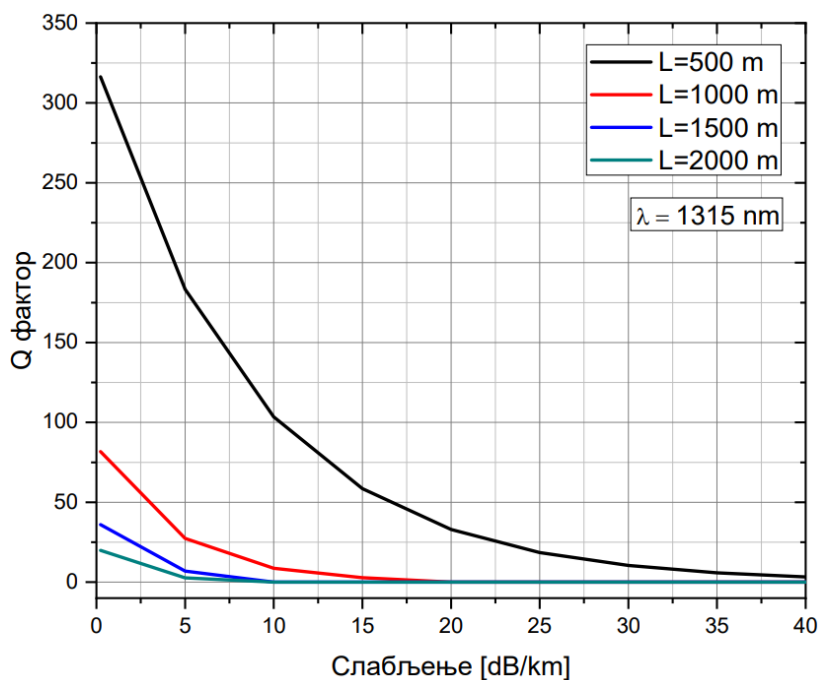
На Слици 3.31, Слици 3.32 и Слици 3.33 приказано је понашање  $Q$  фактора у односу на слабљења изазвана различитим атмосферским појавама и за различите дужине растојања између предајника и пријемника, на таласним дужинама од 850 nm, 1315 nm и 1550 nm, респективно.

Са датих слика се може видети да је пренос високог квалитета при ведром времену, као и када је слабија или нешто јача измаглица, с обзиром да је вредност  $Q > 5,5$  што је потребно за квалитетан пренос. При слабијој и умереној киши, као и слабој магли квалитетан пренос је могуће остварити највише на 1000 m даљине на таласној дужини од 850 nm. При истим условима на таласној дужини од 1315 nm пренос ће бити коректан и на нешто већим растојањима од 1000 m, док у случају када је таласна дужина 1550 nm квалитет преноса ће бити добар и до 2000 m.



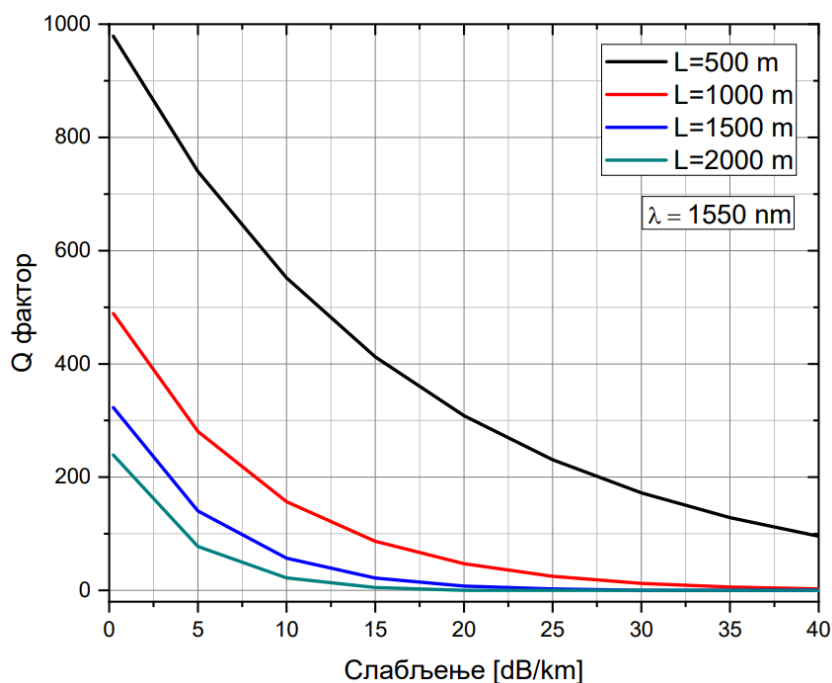
Слика 3.31.  $Q$  фактор при таласној дужини  $\lambda=850$  nm.





Слика 3.32. Q фактор при таласној дужини  $\lambda=1315$  nm.

Са Сликe 3.31 и Сликe 3.32 се може видети да при лошијим атмосферским појавама квалитетан пренос сигнала је немогуће остварити на удаљеностима већим од 500 m. Како би то било остварено мора доћи до промене одређених параметара система на предајној страни, као што је нпр. повећавање снаге извора.

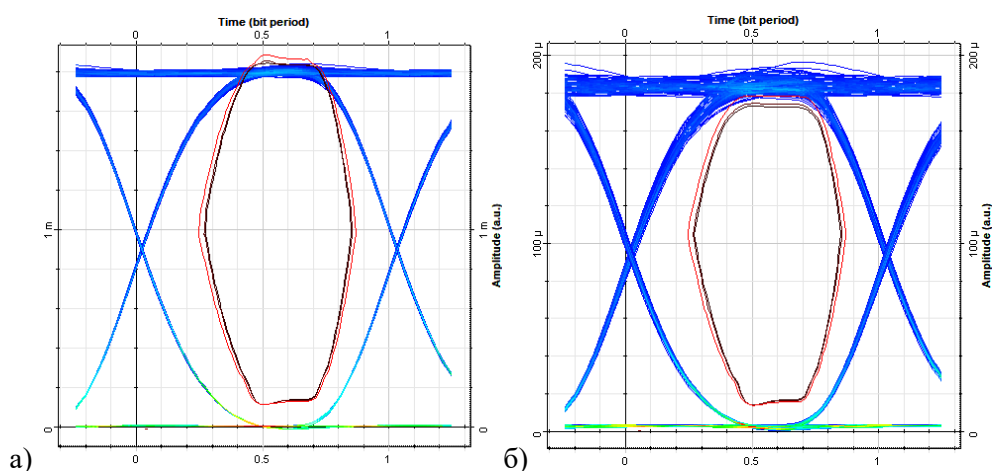


Слика 3.33. Q фактор при таласној дужини  $\lambda=1550$  nm.

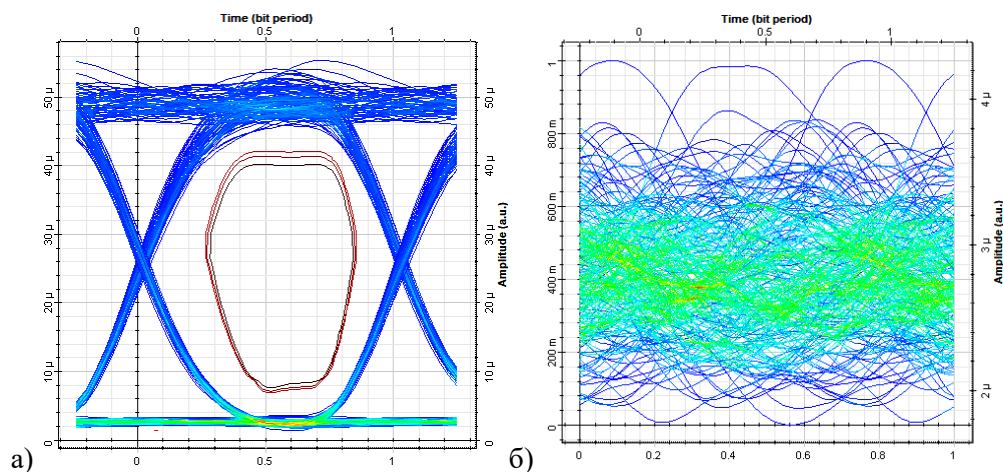
На основу резултата приказаних на Слици 3.33 може се закључити да FSO систем има најбоље перформансе на таласној дужини од 1550 nm, где је могуће

остварити квалитетан пренос на већим дужинама линка, и то на 1000 m у готово свим временским условима, док је на већим удаљеностима то оствариво за слабљења до 20 dB/km. Такође, опадање  $Q$  фактора је израженије на краћим дужинама линка. Са порастом дужине линка смањење  $Q$  фактора је мање израженије.

BER дијаграми ока за деонице дужине  $L=1000$  m и  $L=2000$  m и слабљења изазвана умереном кишом и умереном маглом дати су на Слици 3.34 и Слици 3.35, респективно. Затворене криве представљају секторе BER вредности од  $10^{-8}$  до  $10^{-12}$ . Отвор ока одговара промени  $Q$  фактора на Слици 3.33.

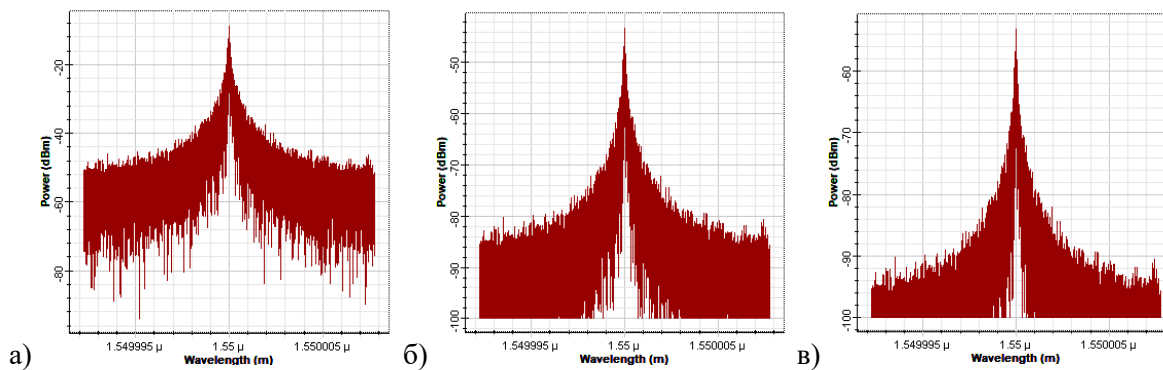


Слика 3.34. Дијаграм ока примљеног сигнала за дужину линка  $L=1000$  m и слабљења изазвана:  
а) умереном кишом, б) умереном маглом.

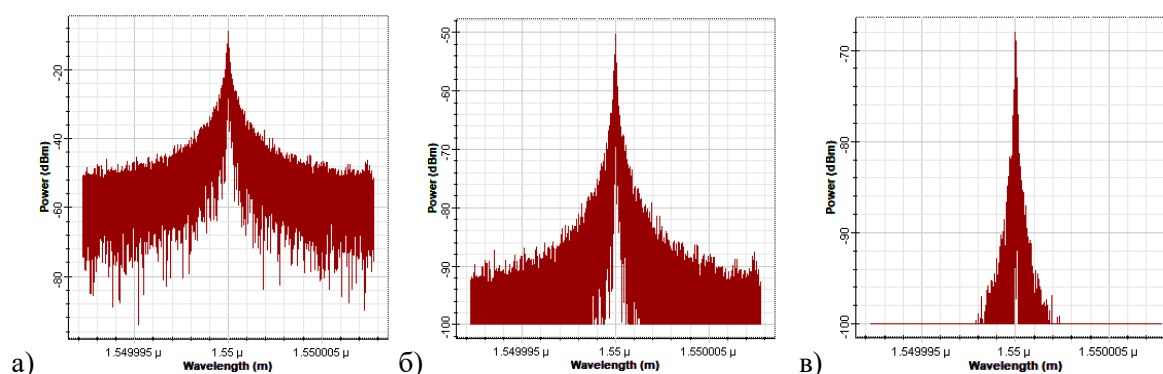


Слика 3.35. Дијаграм ока примљеног сигнала за дужину линка  $L=2000$  m и слабљење изазвано:  
а) умереном кишом, б) умереном маглом.

На Слици 3.36 и Слици 3.37 приказано је поређење спектра сигнала пре преноса и након преноса кроз FSO канал при слабљењу изазваном слабом измаглицом и маглом за дужине FSO линка од 1000 m и 2000 m, респективно.



Слика 3.36. Спектар сигнала: а) пре преноса, б) након преноса на удаљености  $L=1000$  m у слабој измаглици, в) након преноса на удаљености  $L=1000$  m у слабој магли.



Слика 3.37. Спектар сигнала: а) пре преноса, б) након преноса на удаљености  $L=2000$  m у слабој измаглици, в) након преноса на удаљености  $L=2000$  m у слабој магли.

Симулациони резултати потврђују аналитичке резултате представљене у литератури у смислу остваривања квалитета преноса на различитим дужинама преносног FSO линка који раде у различитим атмосферским појавама. FSO систем има најбоље перформансе у трећем оптичком прозору (1550 nm), где је могуће остварити квалитетан пренос на већим дужинама FSO линка у готово свим временским условима. Смањење  $Q$  фактора је знатно израженије на краћим дужинама FSO линка.

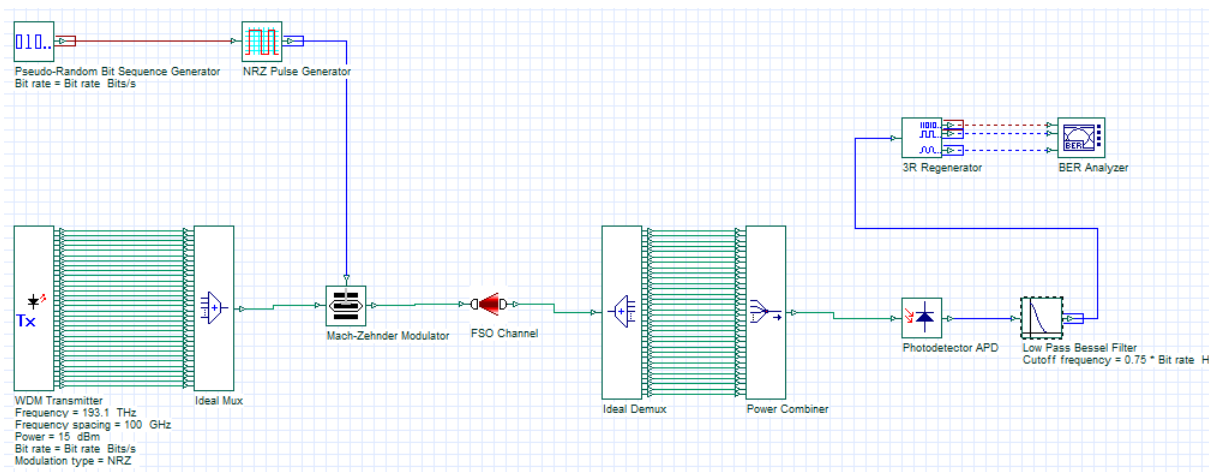
### 3.5.3. 32-канални WDM-FSO систем

Мултиплексирање таласних дужина (WDM - Wavelength Division Multiplexing) се односи на технику у којој се више од једног сигнала мултиплексира заједно и преноси као један сигнал [136]. WDM техника је покренула револуцију у оптичкој комуникационој мрежи због чињенице да се капацитет система може повећати једноставним повећањем броја канала и смањењем размака између канала без коришћења више од једног FSO линка [137]. Дакле, у WDM-FSO, више модулишућих

сигнала модулише различите оптичке носиоце (канале) који се затим мултиплексирају и шаљу кроз један ласерски сноп. Ови системи су флексибилни јер се канали могу додати или уклонити у било којој тачки линка помоћу мултиплексера за додавање/уклањање. Међутим, на њих такође утичу временске прилике и атмосферска турбуленција [136].

Употреба WDM технологије у FSO комуникационом систему је нова област истраживања. Последњих година WDM преко FSO комуникационог система је постао веома ефикасан комуникациони систем у бежичном комуникационом систему због своје високе брзине преноса података, сигурности и минималног BER-а [137, 138]. Као мера квалитета коришћени су  $Q$  фактор и BER. Вредност BER-а зависи од карактеристика ласерског извора и путање преноса. Критеријум који се користи у оптичким пријемницима је да је BER мањи од  $10^{-9}$  [139]. Повољне BER перформансе и јасни дијаграм ока на већим дужинама FSO линка могу се постићи одговарајућим размаком између канала [140]. Примена WDM на следећу генерацију FSO приступних мрежа има фокус на високу брзину преноса, скалабилност и флексибилност [137].

Модел 32-каналног WDM-FSO система, дат на Слици 3.38, симулиран је у софтверу OptiSystem 7.4. Састоји се од WDM предајника, генератора, модулятора, WDM мултиплексера и демултиплексера, оптичког пријемника FSO канала и филтера.



Слика 3.38. Шема симулираног WDM-FSO система.

На улазу посматраног система су генератор псеудо-случајних секвенци битова (PRBS) и NRZ генератор импулса који се заједно доводе на Mach-Zehnder модуlator. Бинарна секвенца псеудо-случајних битова генерисана у PRBS генератору пролази кроз NRZ генератор импулса где се та секвенца битова претвара у електричне импулсе. Тако добијени импулс и мултиплексирани сигнал из извора се модулишу у Mach-

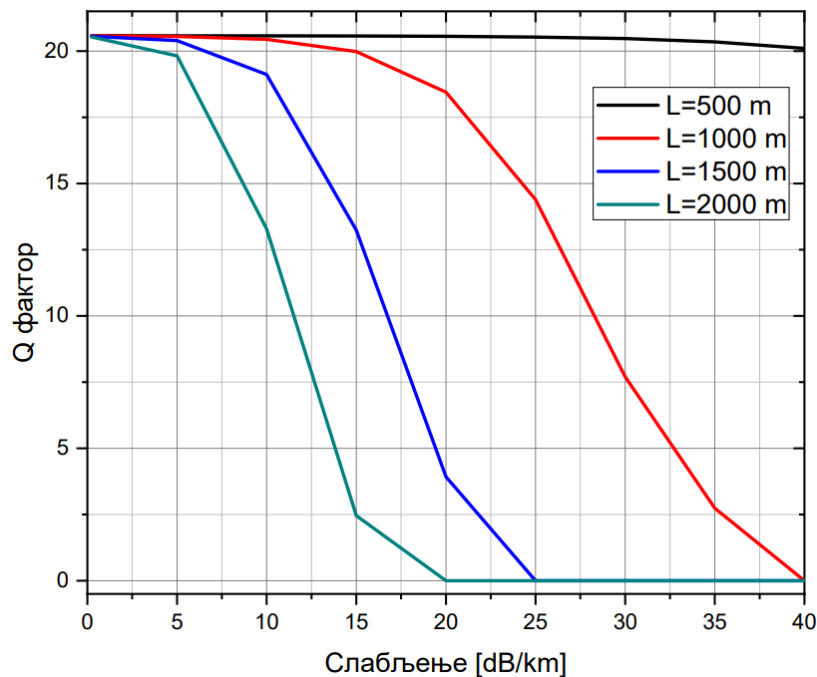
Zehnder модулатору. Оптички извор је WDM предајник који је повезан са WDM мултиплексером. Модулисани оптички сигнал се доводи на улаз компоненте која представља FSO канал, чије су вредности параметара дате на Слици 3.39. Сигнал се даље преноси до демултиплексера, а затим до пријемника. Резултати из овог одељка су публиковани у раду [141].

Disp	Name	Value	Units	Mode
<input type="checkbox"/>	Range		1 km	Normal
<input type="checkbox"/>	Attenuation		15 dB/km	Normal
<input type="checkbox"/>	Geometrical loss	<input checked="" type="checkbox"/>		Normal
<input type="checkbox"/>	Transmitter aperture dia		5 cm	Normal
<input type="checkbox"/>	Receiver aperture diamet		10 cm	Normal
<input type="checkbox"/>	Beam divergence		2 mrad	Normal
<input type="checkbox"/>	Transmitter loss		1.2 dB	Normal
<input type="checkbox"/>	Receiver loss		1.2 dB	Normal
<input type="checkbox"/>	Additional losses		5 dB	Normal
<input type="checkbox"/>	Propagation delay		0 ps/km	Normal

Слика 3.39. Вредности параметара симулираног WDM-FSO канала.

Посматрани WDM-FSO систем ради у трећем оптичком прозору са снагом предајника од 15 dBm. Анализа је обављена за различите дужине FSO линка од 500 m, 1000 m, 1500 m и 2000 m, као и за слабљења од 0 dB/km до 40 dB/km. Поред дужине линка и слабљења у компоненти за FSO канал, дефинисани су и параметри који представљају одређене губитке, као и пречник предајника и пријемника. Слабљења су узрокована утицајем различитих атмосферских појава која су представљена у Табели 3.3.

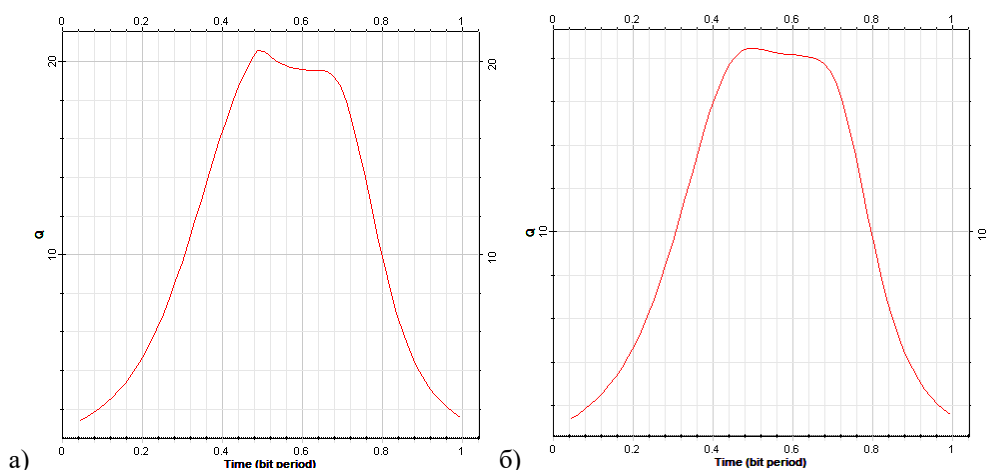
На Слици 3.40 приказане су вредности  $Q$  фактора добијене симулацијом. Дато је поређење  $Q$  фактора за WDM-FSO систем у различитим временским условима, односно за слабљења изазвана различитим атмосферским појавама, и за дужине FSO линка од 500 m, 1000 m, 1500 m и 2000 m. Пошто је вредност  $Q > 5,5$  неопходна за квалитетан пренос, са Сlike 3.40 се види да је пренос високог квалитета на 500 m у свим временским условима. Ово је могуће у овом случају јер је раздаљина кратка. Како је дужине линка већа, квалитет преноса је лошији у случају јаке кише или магле. При ведром времену, измаглици и слабој киши, пренос је доброг квалитета на свим посматраним дужинама линка. На удаљености од 1000 m пренос је лошег квалитета само у јакој магли. За слабљења већа од 5 dB/km и 15 dB/km,  $Q$  фактор нагло опада на удаљеностима од 2000 m и 1000 m, респективно. Види се да у овом случају пренос неће бити добар само за јаку кишу и умерену и јаку маглу.



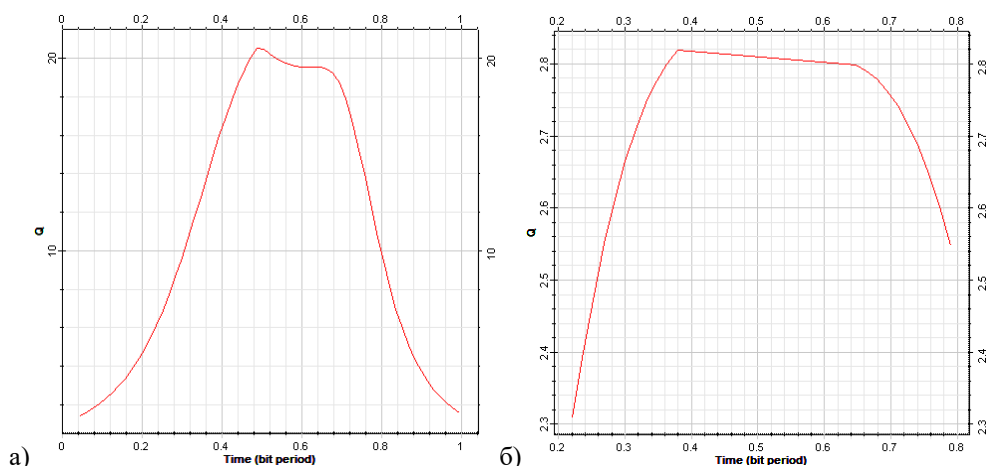
Слика 3.40. Поређење  $Q$  фактора за различите дужине FSO линка.

$Q$  фактор за дужине FSO линка  $L=1000$  m и  $L=2000$  m и слабљења узрокована ведрим временом и јаком кишом/слабом маглом дати су на Слици 3.41 и Слици 3.42, респективно.

Табела 3.4 приказује BER вредности посматраног WDM-FSO система за различите вредности слабљења и дужине FSO линка. Вредности BER-а одговарају понашању  $Q$  фактора приказаном на Слици 3.40.



Слика 3.41.  $Q$  фактор примљеног сигнала за дужине FSO линка  $L=1000$  m и слабљење узроковано: а) ведрим временом, б) јаком кишом/слабом маглом.



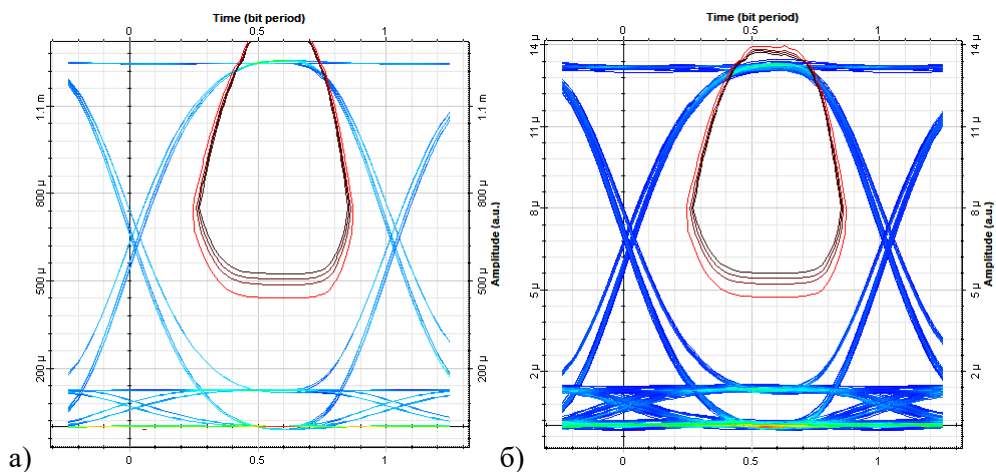
Слика 3.42.  $Q$  фактор примљеног сигнала за дужине FSO линка  $L=2000$  m и слабљење узроковано: а) ведрим временом, б) јаком кишом/слабом маглом.

Табела 3.4. Вредности BER-а за различите параметре WDM-FSO система.

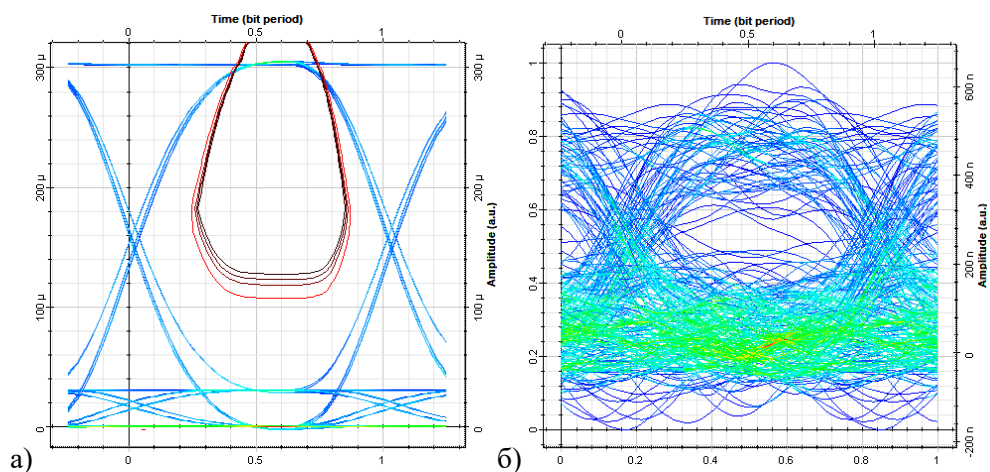
Слабљење [dB/km]	$L=500$ m	$L=1000$ m	$L=1500$ m	$L=2000$ m
0,23	$1,741 \cdot 10^{-094}$	$1,939 \cdot 10^{-094}$	$2,574 \cdot 10^{-094}$	$4,309 \cdot 10^{-094}$
5	$1,774 \cdot 10^{-094}$	$3,115 \cdot 10^{-094}$	$7,732 \cdot 10^{-093}$	$9,310 \cdot 10^{-088}$
10	$1,867 \cdot 10^{-094}$	$2,965 \cdot 10^{-093}$	$8,699 \cdot 10^{-082}$	$1,373 \cdot 10^{-040}$
15	$2,101 \cdot 10^{-094}$	$3,387 \cdot 10^{-089}$	$2,558 \cdot 10^{-040}$	0,006
20	$2,718 \cdot 10^{-094}$	$2,595 \cdot 10^{-076}$	$3,670 \cdot 10^{-005}$	1
25	$4,742 \cdot 10^{-094}$	$2,970 \cdot 10^{-047}$	1	1
30	$1,578 \cdot 10^{-093}$	$6,262 \cdot 10^{-015}$	1	1
35	$1,990 \cdot 10^{-092}$	0,002	1	1
40	$3,054 \cdot 10^{-090}$	1	1	1

BER дијаграми ока за дужине FSO линка  $L=1000$  m и  $L=2000$  m и слабљења када је ведро време и јака киша/слаба магла дати су на Слици 3.43 и Слици 3.44, респективно. Затворене линије представљају секторе са вредностима BER-а од  $10^{-8}$  до  $10^{-12}$ . Отвор ока одговара промени  $Q$  фактора на Слика 3.41 и Слика 3.42.

На основу добијених вредности  $Q$  фактора и BER-а, може се закључити да је могуће постићи висок квалитет преноса у свим временским условима на 500 m, док је у случају ведрог времена, измаглице и слабе кише пренос доброг квалитета могуће остварити на свим посматраним дужинама линка. Јака магла има највећи утицај на деградацију сигнала, па се у таквим случајевима прибегава повећању снаге предајника или неког другог параметра који би се побољшале перформансе WDM-FSO система.



Слика 3.43. Дијаграм ока примљеног сигнала за дужине FSO линка  $L=1000$  m и слабљење узроковано: а) ведрим временом, б) јаком кишом/слабом маглom.



Слика 3.44. Дијаграм ока примљеног сигнала за дужине FSO линка  $L=2000$  m и слабљење узроковано: а) ведрим временом, б) јаком кишом/слабом маглom.



## 4. РАЗВОЈ GAMMA - CHI-SQUARE МОДЕЛА РАСПОДЕЛЕ

У овом поглављу предложен је нови, аналитички Гама - Хи-квадрат (Gamma - Chi-square) PDF модел, добијен као производ Гама модела и Хи-квадрат (Рајс) модела. Развијен је нови модел FSO канала који је под утицајем атмосферске турбуленције. Даље, генерализован је овај модел канала, узимајући у обзир ефекте погоршања перформанси услед фединга изазваног увођењем модела грешке позиционирања у новоразвијену Гама - Хи-квадрат расподелу. За такав модел FSO канала изведени су PDF изрази затвореног облика и публиковани у [142].

### 4.1. PDF модел у присуству атмосферске турбуленције

#### 4.1.1. PDF у зависности од интензитета

Као што је претходно речено и дато у (2.4), добро познати приступ у теорији сцинтилације [4] је да се интензитет примљеног оптичког таласа изрази као производ флукуација које настају из вртлога турбуленције малих и великих размера, тј.  $I_a = I_x I_y$ , уз претпоставку да су  $I_x, I_y$  статистички независни случајни процеси. На сигнал највише утичу случајне варијације индекса преламања кроз различите атмосферске вртлоге, који су последица турбуленције. Током преноса оптичког сигнала кроз атмосферски канал долази до интеракције ласерског снопа и вртлога, што доводи до флукуација фазе и амплитуде примљеног оптичког сигнала [4, 17, 25]. Како би се развио PDF модел у функцији интензитета у складу са теоријом, претпоставља се да су

флукуације интензитета малих и великих размера вођене Хи-квадрат и Гама моделом расподеле, моделима који одлично представљају ефекте вртлога турбуленције малих и великих размера, респективно [4, 16, 18, 40- 42].

Хи-квадрат расподела је дата изразом [39, 143]:

$$f_{I_x}(I_x) = \frac{1+K}{\Omega_P} e^{-K \frac{(1+K)I_x}{\Omega_P}} I_0 \left( 2\sqrt{\frac{K(1+K)}{\Omega_P} I_x} \right), \quad I_x > 0, \quad (4.1)$$

где је  $I_x$  интензитет на пријемнику,  $K$  је однос снаге LOS компоненте и средње снаге компоненте расејања [39],  $\Omega_P$  је укупна снага примљеног сигнала, док је  $I_0(\cdot)$  модификована Беселова функција прве врсте  $\nu$ -тог реда.

Гама расподела је дата изразом (2.5), са интензитетом  $I_y$ :

$$f_{I_y}(I_y) = \frac{\alpha (\alpha I_y)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{-\alpha I_y}, \quad I_y > 0, \alpha > 0, \quad (4.2)$$

и параметром  $\alpha$  описаним у (2.8).

Користећи идентитет  $I_a = I_x I_y$  за модел који је под утицајем атомсферске турбуленције, PDF се може добити као:

$$f_{I_a}(I_a) = \int_0^{\infty} f_{I_x}(I_a | I_y) f_{I_y}(I_y) dI_y. \quad (4.3)$$

Уз коришћење (2.4) и заменом (4.1) и (4.2) у (4.3) добија се:

$$f_{I_a}(I_a) = \int_0^{\infty} \frac{\alpha (\alpha I_y)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \frac{1+K}{\Omega_P} \frac{1}{I_y} e^{-\alpha I_y} e^{-K \frac{(1+K)I_a}{\Omega_P I_y}} I_0 \left( 2\sqrt{\frac{K(1+K)}{\Omega_P} \frac{I_a}{I_y}} \right) dI_y. \quad (4.4)$$

Применом правила (3.43), израз (4.4) се своди на:

$$f_{I_a}(I_a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^\alpha e^{-K}}{\Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} \frac{1+K}{\Omega_P} \left( \frac{K(1+K)I_a}{\Omega_P} \right)^n \int_0^{\infty} I_y^{\alpha-n-2} e^{-\alpha I_y - \frac{(1+K)I_a}{\Omega_P I_y}} dI_y. \quad (4.5)$$

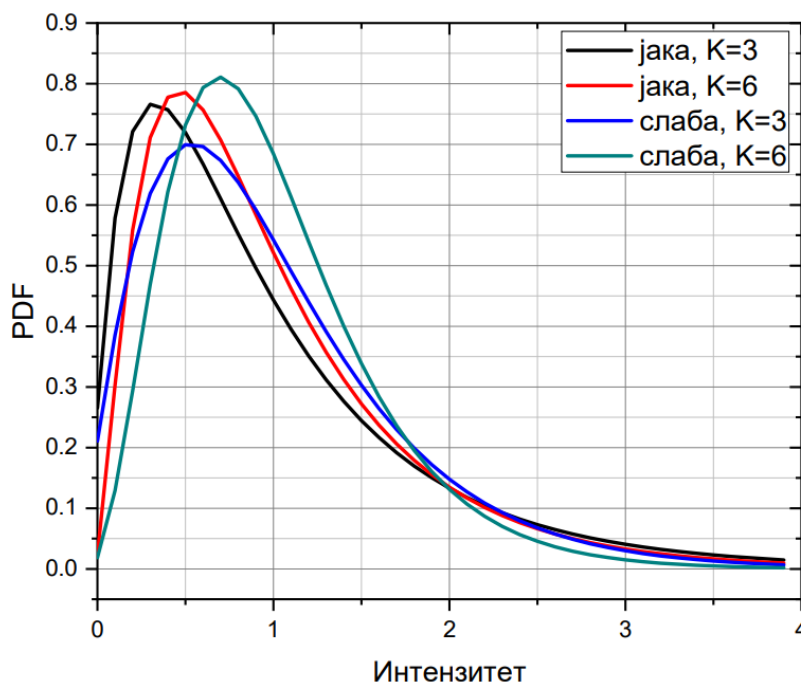
Коришћењем правила [123, 3.478.4] за интеграл у (4.5):

$$\int_0^{\infty} x^{\nu-1} e^{-\beta x^p - \gamma x^{-p}} dx = \frac{2}{p} \left( \frac{\gamma}{\beta} \right)^{\frac{\nu}{2p}} K_{\frac{\nu}{p}} \left( 2\sqrt{\beta\gamma} \right), \quad (4.6)$$

добија се израз у затвореном облику за PDF за Гама - Хи-квадрат модел расподеле:

$$f_{I_a}(I_a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} I_a^{\frac{\alpha+n-1}{2}} K_{\alpha-n-1} \left( 2\sqrt{\frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p}} I_a \right). \quad (4.7)$$

На Слици 4.1 приказане су криве PDF-а за новоизведени Гама - Хи-квадрат модел у функцији од интензитета сигнала за различите вредности  $K$  фактора (јака и слаба турбуленција).



Слика 4.1. PDF за Гама - Хи-квадрат модел канала при јакој и слабој атмосферској турбуленцији.

#### 4.1.2. PDF у зависности од SNR-а

На основу једначине (4.7) математичка очекивања за посматрани PDF могу се лако представити у облику:

$$E[I_a] = \int_0^{\infty} I_a f_{I_a}(I_a) dI_a = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n+1}{2}} K_{\alpha-n-1} \left( 2\sqrt{\frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p}} I_a \right) dI_a \quad (4.8)$$

$$E[I_a^2] = \int_0^{\infty} I_a^2 f_{I_a}(I_a) dI_a = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n+3}{2}} K_{\alpha-n-1} \left( 2\sqrt{\frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p}} I_a \right) dI_a. \quad (4.9)$$

Када се примени правило за представљање модификоване Беселове функције друге врсте  $K_\nu(\cdot)$  преко Мајерове  $G$  функције (3.2), израз (4.8) биће:

$$E[I_a] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n+1}{2}} G_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} I_a \left| \frac{\alpha-n-1}{2}, -\frac{\alpha-n-1}{2} \right. \right] dI_a. \quad (4.10)$$

за који се коришћењем (3.12) добија решење:

$$E[I_a] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \frac{\Omega_p}{\alpha(1+K)} \Gamma(\alpha+1)\Gamma(n+2). \quad (4.11)$$

Применом правила датим у [123, 8.331.1] и [123, 8.331.2], респективно:

$$\Gamma(x+1) = x\Gamma(x), \quad (4.12)$$

$$\Gamma(x+a) = (x+a-1)\Gamma(x+a-1) = \frac{\Gamma(x+a+1)}{(x+a)}, \quad (4.13)$$

израз (4.11) се може поједноставити, након чега се добија:

$$E[I_a] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Omega_p K^n e^{-K} (n+1)}{(1+K)n!}, \quad (4.14)$$

Применом правила из [123, 1.211.1]:

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}, \quad (4.15)$$

добијени израз (4.14) се даље развија на следећи начин:

$$\begin{aligned} E[I_a] &= \frac{\Omega_p e^{-K}}{1+K} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{nK^n}{n!} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n}{n!} \right) = \frac{\Omega_p e^{-K}}{1+K} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^{n-1}K}{(n-1)!} + e^K \right) = \\ &= \frac{\Omega_p e^{-K}}{1+K} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^{n-1}K}{(n-1)!} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^{n-1}K}{(n-1)!} + e^K \right) = \frac{\Omega_p e^{-K}}{1+K} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n K}{n!} + e^K \right) = \frac{\Omega_p e^{-K}}{1+K} (K e^K + e^K) \end{aligned} \quad (4.16)$$

па се коначно за математичко очекивање из (4.8) добија:

$$E[I_a] = \Omega_p. \quad (4.17)$$

За израз (4.9) се применом истог поступка као што је приказано од (4.10) до (4.13) добија:

$$E[I_a^2] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Omega_p^2 (\alpha+1)(n+1)(n+2) K^n e^{-K}}{\alpha(K+1)^2 n!}. \quad (4.18)$$

Коришћењем правила (4.15) и [123, 1.212]:

$$e^x(1+x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k (k+1)}{k!}, \quad (4.19)$$

израз (4.18) се даљим сређивањем своди на:

$$E[I_a^2] = \frac{\Omega_p^2 (\alpha+1) e^{-K}}{\alpha (K+1)^2} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 K^n}{n!} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3nK^n}{n!} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2K^n}{n!} \right) = \frac{\Omega_p^2 (\alpha+1) e^{-K}}{\alpha (K+1)^2} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{nK^{n-1}K}{(n-1)!} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3K^{n-1}K}{(n-1)!} + 2e^{-K} \right), \quad (4.20)$$

одакле је први сабирак:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nK^{n-1}K}{(n-1)!} = K \left( \sum_{n=0}^1 \frac{nK^{n-1}}{(n-1)!} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nK^{n-1}}{(n-1)!} \right) = K \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nK^{n-1}}{(n-1)!} = K \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)K^n}{n!} = K(K+1)e^{-K}, \quad (4.21)$$

док је други:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3K^{n-1}K}{(n-1)!} = 3K \left( \sum_{n=0}^1 \frac{K^{n-1}}{(n-1)!} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^{n-1}}{(n-1)!} \right) = 3K \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^{n-1}}{(n-1)!} = 3K \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n}{n!} = 3K e^{-K}, \quad (4.22)$$

Заменом (4.21) и (4.22) у (4.20) за математичко очекивање из (4.9) се коначно добија:

$$E[I_a^2] = \frac{\Omega_p^2 (\alpha+1)(K^2 + 4K + 2)}{\alpha (K+1)^2}. \quad (4.23)$$

Коришћењем (2.1), (4.17) и (4.23), индекс сцинтилације за дати модел сада се може представити као:

$$\sigma_I^2 = \frac{E[I_a^2]}{E^2[I_a]} - 1 = \frac{(\alpha+1)(K^2 + 4K + 2)}{\alpha (K+1)^2} - 1. \quad (4.24)$$

Коришћењем резултата добијеног у (4.17), тренутни SNR се може извести на следећи начин [26, 27]:

$$\gamma_a = \frac{\mu_a}{E^2[I_a]} I_a^2 = \frac{\mu_a}{\Omega_p^2} I_a^2, \quad (4.25)$$

где  $\mu_a$  представља електрични SNR [26, 27]:

$$\mu_a = \frac{(2P_T R)^2}{2\sigma_N^2} E^2[I_a] = \frac{(2P_T R \Omega_p)^2}{2\sigma_N^2}, \quad (4.26)$$

где  $P_T$  означава средњу предајну оптичку снагу,  $R$  је осетљивост детектора, а  $\sigma_N$  је варијанса шума.

Коришћењем (4.7) и (4.25), и трансформације случајних променљивих

$f_{\gamma_a}(\gamma_a) = \frac{f_{I_a}(I_a)}{\left| \frac{\partial \gamma_a}{\partial I_a} \right|} \Big|_{I_a = \sqrt{\frac{\gamma_a}{\mu_a}}}$ , може се добити PDF тренутног SNR-а:

$$f_{\gamma_a}(\gamma_a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\sqrt{\mu_a}} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \gamma_a^{\frac{\alpha+n-3}{4}} K_{\alpha-n-1} \left( 2\sqrt{\alpha(1+K)} \sqrt{\frac{\gamma_a}{\mu_a}} \right). \quad (4.27)$$

## 4.2. PDF модел у присуству атмосферске турбуленције и грешке позиционирања

### 4.2.1. PDF у зависности од интензитета

Поред атмосферске турбуленције, грешка позиционирања је још један ефекат који може утицати на слабење сигнала у каналу FSO система због погрешног позиционирања предајног ласера и пријемног детектора. Модел грешке позиционирања је описана у Одељку 2.2.3 и дата је једначином (2.3).

Пратећи исту процедуру као у [105] и коришћењем идентитета  $I=I_a I_p$ , услед постојања атмосферске турбуленције и грешке позиционирања, нови PDF у функцији интензитета сигнала за Гама - Хи-квадрат расподелу се може добити као:

$$f_I(I) = \int_{I/A_0}^{\infty} f_{I_p}(I|I_a) f_{I_a}(I_a) dI_a. \quad (4.28)$$

Заменом (4.7) и (2.3) у (4.28) и коришћењем идентитета  $I=I_a I_p$  добија се интеграл за тражени PDF:

$$f_I(I) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2\xi^2 K^n e^{-K}}{A_0^{\xi^2} \Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \times \int_{I/A_0}^{\infty} \frac{1}{I_a} \left( \frac{I}{I_a} \right)^{\xi^2-1} I_a^{\frac{\alpha+n-1}{2}} K_{\alpha-n-1} \left( 2\sqrt{\frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p}} I_a \right) dI_a. \quad (4.29)$$

који се након примене правила (3.2) за представљање модификоване Беселове функције друге врсте  $Kv(\cdot)$  преко Мајерове G функције своди на:

$$f_I(I) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 K^n e^{-K} I^{\xi^2-1}}{A_0^{\xi^2} \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \times$$

$$\times \int_{I/A_0}^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n-1}{2} \xi^2} G_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} I_a \left| \frac{\alpha-n-1}{2}, -\frac{\alpha-n-1}{2} \right. \right] dI_a \quad (4.30)$$

Применом правила [125, 07.34.21.0085.01]:

$$\int_a^{\infty} \tau^{\alpha-1} (\tau-a)^{\beta-1} G_{p,q}^{m,n} \left[ \omega \tau^{l/k} \left| a_1, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_p \right. \right] d\tau = \frac{k^\mu l^{-\beta} \Gamma(\beta)}{(2\pi)^{c^*(k-1)} a^{1-\alpha-\beta}} \times$$

$$\times G_{kp+l, kq+l}^{km+l, kn} \left[ \frac{\omega^k a^l}{k^{k(q-p)}} \left| \frac{a_1}{k}, \dots, \frac{a_1+k-1}{k}, \dots, \frac{1-\alpha-\beta}{l}, \dots, \frac{l-\alpha-\beta}{l}, \frac{b_1}{k}, \dots, \frac{b_1+k-1}{k}, \dots, \frac{a_n}{k}, \dots, \frac{a_n+k-1}{k}, \frac{a_{n+1}}{k}, \dots, \frac{a_{n+1}+k-1}{k}, \dots, \frac{a_p}{k}, \dots, \frac{a_p+k-1}{k}, \frac{1-\alpha}{l}, \dots, \frac{l-\alpha}{l}, \frac{b_m}{k}, \dots, \frac{b_m+k-1}{k}, \frac{b_{m+1}}{k}, \dots, \frac{b_{m+1}+k-1}{k}, \dots, \frac{b_q}{k}, \dots, \frac{b_q+k-1}{k} \right. \right] \quad (4.31)$$

где су параметри  $c^*$  и  $\mu$  дати у [125, 07.34.21.0016.01] и [125, 07.34.21.0018.01], респективно:

$$c^* = m + n - \frac{p+q}{2} \quad , \quad (4.32)$$

$$\mu = \sum_{j=1}^q b_j - \sum_{j=1}^p a_j + \frac{p-q}{2} + 1 \quad , \quad (4.33)$$

добија се решење за интеграл (4.30) и PDF у функцији интензитета при атмосферској турбуленцији и грешци позиционирања за Гама - Хи-квадрат модел има облик:

$$f_I(I) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{A_0 \Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} I^{\frac{\alpha+n-1}{2}} \times$$

$$\times G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{A_0 \Omega_p} I \left| \xi^2 - \frac{\alpha+n-1}{2}, \frac{\xi^2 - \frac{\alpha+n-1}{2}}{2}, -\frac{\alpha-n-1}{2} \right. \right] \quad (4.34)$$

Након примене релације [123, 9.31.5] за трансформацију Мајерове G функције:

$$z^k G_{p,q}^{m,n} \left[ z \left| \begin{matrix} a_p \\ b_q \end{matrix} \right. \right] = G_{p,q}^{m,n} \left[ z \left| \begin{matrix} a_p + k \\ b_q + k \end{matrix} \right. \right], \quad (4.35)$$

добија се поједностављен облик за PDF:

$$f_I(I) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 \alpha (1+K) K^n e^{-K}}{A_0 \Omega_p \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{A_0 \Omega_p} I \left| \begin{matrix} \xi^2 \\ \xi^2 - 1, \alpha - 1, n \end{matrix} \right. \right]. \quad (4.36)$$

## 4.2.2. PDF у зависности од SNR-а

Математичка очекивања се на основу PDF-а датог у (4.36) могу представити у облику:

$$E[I] = \int_0^{\infty} I f_I(I) dI = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 \alpha (1+K) K^n e^{-K}}{A_0 \Omega_p \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} \int_0^{\infty} I G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{A_0 \Omega_p} I \left| \begin{matrix} \xi^2 \\ \xi^2 - 1, \alpha - 1, n \end{matrix} \right. \right] dI, \quad (4.37)$$

$$E[I^2] = \int_0^{\infty} I^2 f_I(I) dI = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 \alpha (1+K) K^n e^{-K}}{A_0 \Omega_p \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} \int_0^{\infty} I^2 G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{A_0 \Omega_p} I \left| \begin{matrix} \xi^2 \\ \xi^2 - 1, \alpha - 1, n \end{matrix} \right. \right] dI. \quad (4.38)$$

Применом правила (3.12) добијају се решења интеграла из (4.37) и (4.38):

$$E[I] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 \alpha (1+K) K^n e^{-K}}{A_0 \Omega_p \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} \left( \frac{A_0 \Omega_p}{\alpha(1+K)} \right)^2 \frac{\Gamma(\xi^2 + 1) \Gamma(\alpha + 1) \Gamma(n + 2)}{\Gamma(\xi^2 + 2)}, \quad (4.39)$$

$$E[I^2] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 \alpha (1+K) K^n e^{-K}}{A_0 \Omega_p \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} \left( \frac{A_0 \Omega_p}{\alpha(1+K)} \right)^3 \frac{\Gamma(\xi^2 + 2) \Gamma(\alpha + 2) \Gamma(n + 3)}{\Gamma(\xi^2 + 3)}. \quad (4.40)$$

Изрази (4.39) и (4.40) се коришћењем правила из (4.12), (4.13), (4.15) и (4.19) могу поједноставити на следећи начин:

$$E[I] = \sum_{n=0}^{\infty} A_0 \Omega_p \frac{\xi^2 e^{-K}}{(\xi^2 + 1)(1+K)} \frac{(n+1) K^n}{n!} = A_0 \Omega_p \frac{\xi^2 e^{-K}}{(\xi^2 + 1)(1+K)} e^K (1+K), \quad (4.41)$$

$$E[I] = A_0 \Omega_p \frac{\xi^2}{\xi^2 + 1}, \quad (4.42)$$



$$E[I^2] = \sum_{n=0}^{\infty} A_0^2 \Omega_p^2 \frac{\xi^2 (\alpha + 1) e^{-K}}{\alpha (\xi^2 + 2) (1 + K)^2} \frac{(n+1)(n+2) K^n}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} A_0^2 \Omega_p^2 \frac{\xi^2 (\alpha + 1) e^{-K}}{\alpha (\xi^2 + 2) (1 + K)^2} e^K (K^2 + 4K + 2) \quad (4.43)$$

$$E[I^2] = A_0^2 \Omega_p^2 \frac{\xi^2 (\alpha + 1) (K^2 + 4K + 2)}{\alpha (\xi^2 + 2) (K + 1)^2} \quad (4.44)$$

У овом случају ће индекс сцинтилације након замене (4.42) и (4.44) у (2.1) бити:

$$\sigma_I^2 = \frac{E[I^2]}{E^2[I]} - 1 = \frac{(\alpha + 1) (\xi^2 + 1)^2 (K^2 + 4K + 2)}{\alpha (\xi^2 + 2) (K + 1)^2} - 1 \quad (4.45)$$

На основу добијеног израза у (4.42), тренутни SNR ће бити:

$$\gamma = \frac{\mu}{E^2[I]} I^2 = \frac{\mu (\xi^2 + 1)^2}{A_0^2 \Omega_p^2 \xi^4} I^2 \quad (4.46)$$

док је електрични SNR:

$$\mu = \frac{(2P_T R)^2}{2\sigma_N^2} E^2[I] = \frac{(2P_T R A_0 \Omega_p \xi^2)^2}{2\sigma_N^2 (\xi^2 + 1)^2} \quad (4.47)$$

Коришћењем (4.36) и (4.46), и трансформације случајних променљивих

$f_\gamma(\gamma) = \frac{f_I(I)}{\left| \frac{\partial \gamma}{\partial I} \right|} \Big|_{I = \sqrt{\frac{\gamma}{\mu}} A_0 \Omega_p \frac{\xi^2}{\xi^2 + 1}}$ , може се добити PDF тренутног SNR-а:

$$f_\gamma(\gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 K^n e^{-K}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!\gamma} G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\xi^2 \alpha (1+K)}{\xi^2 + 1} \sqrt{\frac{\gamma}{\mu}} \Big|_{\xi^2, \alpha, n+1} \right] \quad (4.48)$$

## 5. ПЕРФОРМАНСЕ FSO СИСТЕМА МОДЕЛОВАНИМ ГАММА - CHI-SQUARE РАСПОДЕЛОМ

У овом поглављу разматране су перформансе FSO система чији је канал моделован новоразвијеном Гама - Хи-квадрат (Gamma - Chi-square) расподелом. Анализиран је квалитет сигнала на основу вероватноће отказа, АBER-а и капацитета канала. АBER је одређен за случајеве када су коришћене DPSK, BPSK, OOK, PolSK и MPPM модулационе шеме, док је капацитет одређен ORA, OPRA и TIFR алгоритмима. Посматран је оптички сигнал када је под утицајем атмосферске турбуленције и грешке позиционирања. Резултати су осим у аналитичкој форми, израчунати нумерички и графички представљени за различите релевантне параметре који утичу на квалитет сигнала, као што су јачина атмосферске турбуленције, дужина FSO линка,  $K$  фактор, SNR итд.

### 5.1. Вероватноћа отказа

Заменом PDF-а за Гама - Хи-квадрат модел у зависности од тренутног SNR-а који је дат у (4.48) у једначини (2.22) за вероватноћу отказа добија се:

$$P_{out} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 K^n e^{-K}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \int_0^{\gamma_0} \frac{1}{\gamma} G_{1,3}^{3,0} \left[ \begin{matrix} \xi^2 \alpha (1+K) \\ \xi^2 + 1 \end{matrix} \middle| \sqrt{\gamma} \right]_{\xi^2, \alpha, n+1} d\gamma \quad (5.1)$$

Применом правила [125, 07.34.21.0084.01]:

$$\int_0^a \tau^{\alpha-1} (a-\tau)^{\beta-1} G_{p,q}^{m,n} \left[ \omega \tau^{l/k} \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_m, b_{m+1}, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right] d\tau = \frac{k^\mu l^{-\beta} \Gamma(\beta)}{(2\pi)^{c^*(k-1)} a^{1-\alpha-\beta}} \times$$

$$\times G_{kp+l, kq+l}^{kn, kn+l} \left[ \frac{\omega^k a^l}{k^{k(q-p)}} \left| \begin{matrix} \frac{1-\alpha}{l}, \dots, \frac{l-\alpha}{l}, \frac{a_1}{k}, \dots, \frac{a_1+k-1}{k}, \dots, \\ \frac{b_1}{k}, \dots, \frac{b_1+k-1}{k}, \dots, \\ \frac{a_n}{k}, \dots, \frac{a_n+k-1}{k}, \frac{a_{n+1}}{k}, \dots, \frac{a_{n+1}+k-1}{k}, \dots, \frac{a_p}{k}, \dots, \frac{a_p+k-1}{k} \\ \frac{b_m}{k}, \dots, \frac{b_m+k-1}{k}, \frac{b_{m+1}}{k}, \dots, \frac{b_{m+1}+k-1}{k}, \dots, \frac{b_q}{k}, \dots, \frac{b_q+k-1}{k}, \frac{1-\alpha-\beta}{l}, \dots, \frac{l-\alpha-\beta}{l} \end{matrix} \right. \right] \quad (5.2)$$

и правила датим у (4.32) и (4.33), добија се решење интеграла из (5.1) за вероватноћу отказа:

$$P_{out} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{\alpha+n-2} \xi^2 K^n e^{-K}}{\pi \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} G_{3,7}^{6,1} \left[ \frac{\xi^4 \alpha^2 (1+K)^2}{16\mu(\xi^2+1)^2} \gamma_0 \left| \begin{matrix} 1, \frac{\xi^2+1}{2}, \frac{\xi^2+2}{2} \\ \frac{\xi^2}{2}, \frac{\xi^2+1}{2}, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha+1}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2}, 0 \end{matrix} \right. \right]. \quad (5.3)$$

Коришћењем правила [125, 07.34.04.0003.01], [125, 07.34.04.0004.01] и [125, 07.34.03.0002.01]:

$$G_{p,q}^{m,n} \left[ z \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_k, \dots, a_j, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_m, b_{m+1}, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right] = G_{p,q}^{m,n} \left[ z \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_j, \dots, a_k, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_m, b_{m+1}, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right], \quad (5.4)$$

$$G_{p,q}^{m,n} \left[ z \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_k, \dots, b_j, \dots, b_m, b_{m+1}, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right] = G_{p,q}^{m,n} \left[ z \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_j, \dots, a_k, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_j, \dots, b_k, \dots, b_m, b_{m+1}, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right], \quad (5.5)$$

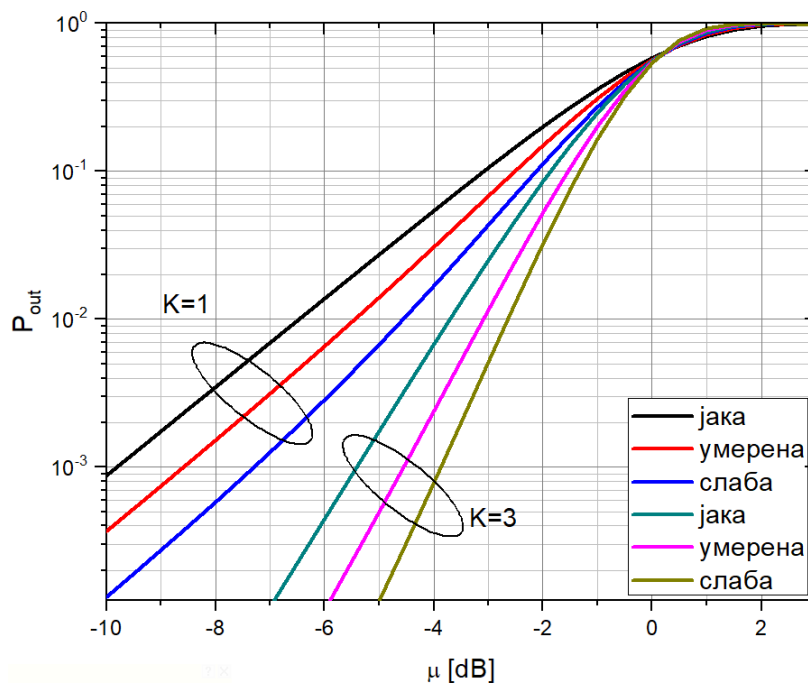
$$G_{p,q}^{m,n} \left[ z \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_{m-1}, a_p, b_{m+1}, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right] = G_{p-1, q-1}^{m-1, n} \left[ z \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_{p-1} \\ b_1, \dots, b_{m-1}, b_{m+1}, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right], \quad (5.6)$$

Мајерова G функција се може поједноставити, па се за вероватноћу отказа добија:

$$P_{out} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{\alpha+n-2} \xi^2 K^n e^{-K}}{\pi \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} G_{2,6}^{5,1} \left[ \frac{\xi^4 \alpha^2 (1+K)^2}{16\mu(\xi^2+1)^2} \gamma_0 \left| \begin{matrix} 1, \frac{\xi^2+2}{2} \\ \frac{\xi^2}{2}, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha+1}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2}, 0 \end{matrix} \right. \right]. \quad (5.7)$$

На Слици 5.1 је приказана вероватноћа отказа  $P_{out}$  Гама - Хи-квадрат расподеле у зависности од електричног SNR-а, а за различите степене атмосферске турбуленције. Резултати су дати за систем који ради на таласној дужини  $\lambda=1550$  nm, а за растојања

пријемника од предајника  $L=1000$  m. Разматрана су три типа атмосферске турбуленције: слаба, умерена и јака, са индексима преламања  $C_n^2=6 \cdot 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ ,  $C_n^2=2 \cdot 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  и  $C_n^2=1,2 \cdot 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ . Дате вредности индекса преламања и радна таласна дужина су коришћени и за остале нумеричке резултате у овом поглављу.



Слика 5.1. Вероватноћа отказа Гама - Хи-квадрат модела канала.

Са дате слике се може видети да вероватноћа отказа тежи 1 са порастом електричног SNR-а, с тим што максимална вредност се брже добија за више вредности  $K$  фактора. Такође, слабије турбуленције омогућавају брже постизање максималне вредности вероватноће отказа.

Табела 5.1. Број чланова које је потребно сабрати да би се постигла тачност на шестој значајној цифри.

Атмосферска турбуленција	K фактор		
	K=1	K=3	K=6
$\alpha=4,02$ (јака)	9	15	19
$\alpha=6,90$ (умерена)	9	17	21
$\alpha=18,32$ (слаба)	14	19	28

У Табели 5.1 приказан је број чланова које је потребно сабрати у изразу за CDF на основу (4.48) да би се постигла тачност на шестој значајној цифри. Прорачун је извршен за параметре:  $\Omega_p=1$ ,  $\xi=1,25$ ,  $A_0=0,0197921$ ,  $\gamma_0=0,1$ . Као што се може видети из табеле, како се повећава  $K$  фактор повећава се број чланова које треба сабрати да би се

постигла тачност на шестој значајној цифри. За веће вредности атмосферске турбуленције потребан је већи број чланова да би се постигла тачност на шестој значајној цифри.

## 5.2. Средња вероватноћа грешке по биту (ABER)

### 5.2.1. ABER при DPSK и BPSK модулацији

Заменом PDF-а за Гама - Хи-квадрат модел (4.7) у једначини (2.32) за добијање ABER-а у зависности од флукуације интензитета оптичког сигнала када се пренос у FSO систему врши преко DPSK добија се:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n-1}{2}} e^{-\frac{P_T R}{\sigma_N} I_a} K_{\alpha-n-1} \left( 2\sqrt{\frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} I_a} \right) dI_a \quad (5.8)$$

Како би се израчунао израз у затвореном облику за ABER, модификована Беселова функција друге врсте  $K_\nu(\cdot)$  се представља преко Мајерове G функције као у (3.2), а експоненцијална функција преко Мајерове G функције на основу (3.3), након чега се за (1) добија:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \times \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n-1}{2}} G_{0,1}^{1,0} \left[ \frac{P_T R}{\sigma_N} I_a \middle| - \right] G_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} I_a \middle| \frac{\alpha-n-1}{2}, -\frac{\alpha-n-1}{2} \right] dI_a \quad (5.9)$$

Применом правила из (3.5) за дати интеграл се добија решење у затвореном облику за ABER за случај преноса коришћењем DPSK модуларне шеме:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)\sigma_N}{P_T R \Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} G_{1,2}^{2,1} \left[ \frac{\alpha(1+K)\sigma_N}{P_T R \Omega_p} \middle| \frac{\alpha+n-1}{2}, \frac{\alpha-n-1}{2} \right] \quad (5.10)$$

Заменом PDF за Гама - Хи-квадрат модел (4.7) у једначини (2.33) за добијање ABER-а у зависности од флукуације интензитета оптичког сигнала када се пренос у

FSO систему врши преко BPSK добија се:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n-1}{2}} \operatorname{erfc} \left( \frac{P_T R}{\sigma_N} I_a \right) K_{\alpha-n-1} \left( 2\sqrt{\frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p}} I_a \right) dI_a . \quad (5.11)$$

У циљу израчунавања израза у затвореном облику за ABER, комплементарна функција грешке  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  и Беселова функција друге врсте  $K_\nu(\cdot)$  се представљају преко Мајерових G функција као у (3.8) и (3.2), респективно, након чега се добија:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n-1}{2}} \times \\ \times \left[ 1 - \frac{P_T R}{\sigma_N \sqrt{\pi}} I_a G_{1,2}^{1,1} \left[ \left( \frac{P_T R}{\sigma_N} I_a \right)^2 \left| \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ 0, -\frac{1}{2} \end{matrix} \right. \right] \right] G_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} I_a \left| \begin{matrix} - \\ \frac{\alpha-n-1}{2}, -\frac{\alpha-n-1}{2} \end{matrix} \right. \right] dI_a . \quad (5.12)$$

У циљу даљег решавања интеграла, израз (5.12) се може записати и као:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} (I_1 - I_2) , \quad (5.13)$$

где је  $I_1$ :

$$I_1 = \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n-1}{2}} G_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} I_a \left| \begin{matrix} - \\ \frac{\alpha-n-1}{2}, -\frac{\alpha-n-1}{2} \end{matrix} \right. \right] dI_a , \quad (5.14)$$

за који се применом правила датим у (3.12) добија решење:

$$I_1 = \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{-\frac{\alpha+n+1}{2}} \Gamma(\alpha)\Gamma(n+1) . \quad (5.15)$$

Из израза (5.12),  $I_2$  биће:

$$I_2 = \frac{P_T R}{\sigma_N \sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n+1}{2}} G_{1,2}^{1,1} \left[ \left( \frac{P_T R}{\sigma_N} I_a \right)^2 \left| \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ 0, -\frac{1}{2} \end{matrix} \right. \right] G_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} I_a \left| \begin{matrix} - \\ \frac{\alpha-n-1}{2}, -\frac{\alpha-n-1}{2} \end{matrix} \right. \right] dI_a , \quad (5.16)$$

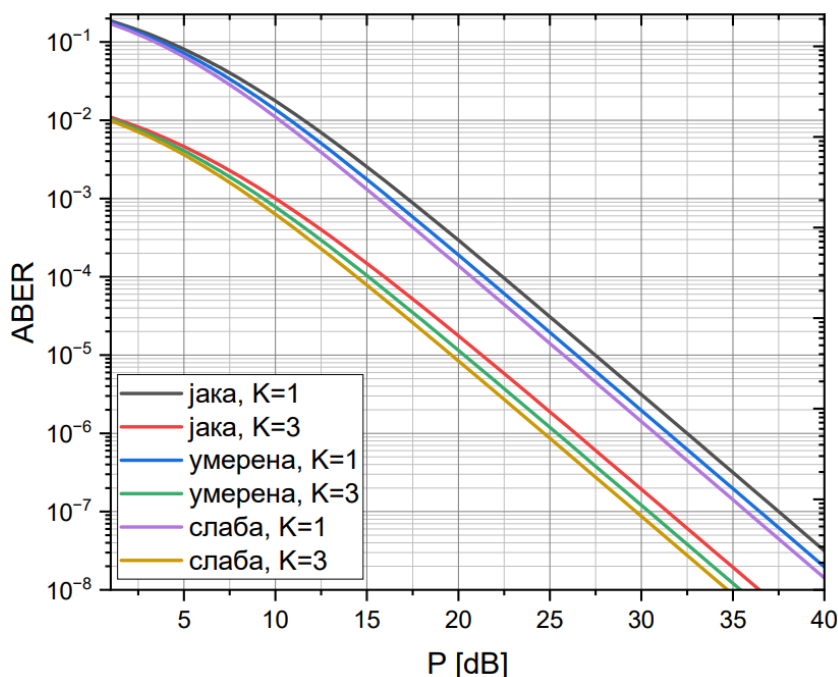
за који се применом правила које је дато у (3.15) добија решење:

$$I_2 = \frac{P_T R}{\sigma_N \sqrt{\pi}} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+3}{2}} H_{3,2}^{1,3} \left[ \left( \frac{P_T R \Omega_p}{\alpha(1+K)\sigma_N} \right)^2 \left| \begin{matrix} \left( \frac{1}{2}, 1 \right), (-\alpha, 2), (-n-1, 2) \\ (0, 1), \left( -\frac{1}{2}, 1 \right) \end{matrix} \right. \right]. \quad (5.17)$$

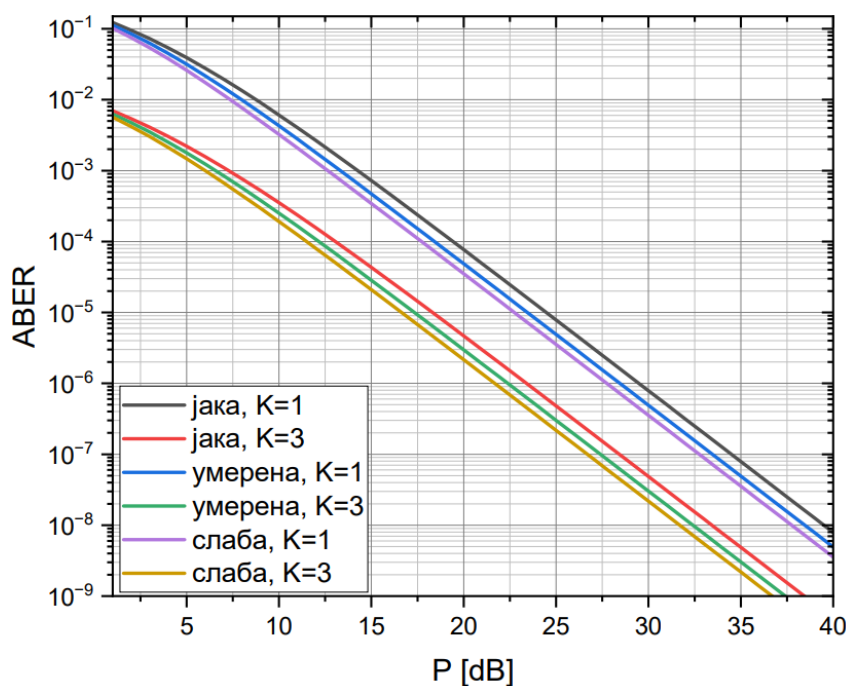
Заменом (5.15) и (5.17) у (5.13) добија се коначно решење за АBER у затвореном облику у случају BPSK модулароне шеме:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{2n!} \left( 1 - \frac{P_T R \Omega_p}{\alpha(1+K)\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)\sigma_N \sqrt{\pi}} H_{3,2}^{1,3} \left[ \left( \frac{P_T R \Omega_p}{\alpha(1+K)\sigma_N} \right)^2 \left| \begin{matrix} \left( \frac{1}{2}, 1 \right), (-\alpha, 2), (-n-1, 2) \\ (0, 1), \left( -\frac{1}{2}, 1 \right) \end{matrix} \right. \right] \right). \quad (5.18)$$

На основу добијених израза за АBER у затвореном облику у случају DPSK модулароне шеме (5.10) и у случају BPSK модулароне шеме (5.18) добијене су Слика 5.2 и Слика 5.3 које показују понашање АBER-а за атмосферски канал моделован Гама - Хи-квadrat расподелом при DPSK модуларацији и BPSK модуларацији, респективно. Графици су дати у зависности од снаге сигнала  $P = P_T R / \sigma_N$ , а за различите нивое атмосферске турбуленције и  $K$  фактора.



Слика 5.2. АBER за Гама - Хи-квadrat модел канала при DPSK модуларацији.



Слика 5.3. АБЕР за Гама - Хи-квадрат модел канала при ВРСК модулатији.

Са датих слика се може видети да вредности АБЕР-а опадају са порастом средње снаге сигнала, као што је био случај и за друге моделе расподела приказаних на сликама у Поглављу 3. Боље перформансе система (мање вредности АБЕР-а) се добијају за мање степене турбуленције и за веће вредности  $K$  фактора. ВРСК и ДРСК модулатионе шеме дају приближно исте резултате. За нијансу ДРСК даје боље резултате при нижим вредностима средње снаге сигнала.

Такође, уколико упоредимо са резултатима представљеним за АБЕР за друге моделе расподеле датим у Поглављу 3 може се видети да се боље перформансе система добијају моделовањем Гама - Хи-квадрат расподелом.

### 5.2.2. АБЕР при ООК модулатији

У овом одељку је израчунат АБЕР при ООК модулатији за Гама - Хи-квадрат расподелу како у присуству само атмосферске турбуленције, тако и у присуству атмосферске турбуленције и грешке позиционирања. Резултати из овог одељка су публиковани у раду [142].

Заменом PDF-а тренутног SNR-а за Гама - Хи-квадрат модел (4.27) у (2.31) добија се иницијални израз за АБЕР FSO система који је под утицајем атмосферске турбуленције:



$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\sqrt{\mu_a}} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \times \int_0^{\infty} \gamma_a^{\frac{\alpha+n-3}{4}} \operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{\gamma_a}}{2} \right) K_{\alpha-n-1} \left( 2\sqrt{\alpha(1+K)}\sqrt{\frac{\gamma_a}{\mu_a}} \right) d\gamma_a \quad (5.19)$$

Како би се дошло до решења интеграла за АВЕР, Беселова функција друге врсте  $K_\nu(\cdot)$  и комплементарна функција грешке  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  представљају се преко одговарајућих Мајерових  $G$  функција и то коришћењем правила датим у (3.2) и (3.46) након чега се добија:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{4\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\sqrt{\mu_a}} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \times \int_0^{\infty} \gamma_a^{\frac{\alpha+n-3}{4}} G_{1,2}^{2,0} \left[ \frac{\gamma_a}{4} \middle| \begin{matrix} 1 \\ 0, 1/2 \end{matrix} \right] G_{0,2}^{2,0} \left[ \alpha(1+K)\sqrt{\frac{\gamma_a}{\mu_a}} \middle| \begin{matrix} \alpha-n-1 \\ -\frac{\alpha-n-1}{2} \end{matrix} \right] d\gamma_a \quad (5.20)$$

Применом правила [125, 07.34.21.0013.01]:

$$\int_0^{\infty} \tau^{\alpha-1} G_{u,v}^{s,t} \left[ \sigma\tau \middle| \begin{matrix} c_1, \dots, c_t, c_{t+1}, \dots, c_u \\ d_1, \dots, d_s, d_{s+1}, \dots, d_v \end{matrix} \right] G_{p,q}^{m,n} \left[ \omega\tau^{l/k} \middle| \begin{matrix} a_1, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_m, b_{m+1}, \dots, b_q \end{matrix} \right] d\tau = \frac{k^\mu l^{(v-u)\alpha+\rho-1}}{(2\pi)^{(l-1)b^*+(k-1)c^*}} \sigma^{-\alpha} \times \\ \times G_{kp+lv, kq+lu}^{km+lt, kn+ls} \left[ \frac{\omega^k k^{k(q-p)}}{\sigma^l l^{l(u-v)}} \middle| \begin{matrix} \frac{a_1}{k}, \dots, \frac{a_1+k-1}{k}, \dots, \frac{a_n}{k}, \dots, \frac{a_n+k-1}{k}, \\ \frac{b_1}{k}, \dots, \frac{b_1+k-1}{k}, \dots, \frac{b_m}{k}, \dots, \frac{b_m+k-1}{k}, \end{matrix} \right] \\ \left[ \begin{matrix} \frac{1-\alpha-d_1}{l}, \dots, \frac{l-\alpha-d_1}{l}, \dots, \frac{1-\alpha-d_s}{l}, \dots, \frac{l-\alpha-d_s}{l}, \frac{l-\alpha-d_{s+1}}{l}, \dots, \frac{l-\alpha-d_{s+1}}{l}, \dots, \\ \frac{1-\alpha-c_1}{l}, \dots, \frac{l-\alpha-c_1}{l}, \dots, \frac{1-\alpha-c_t}{l}, \dots, \frac{l-\alpha-c_t}{l}, \frac{l-\alpha-c_{t+1}}{l}, \dots, \frac{l-\alpha-c_{t+1}}{l}, \dots, \end{matrix} \right] \quad (5.21)$$

где су параметри  $c^*$  и  $\mu$  дати у (4.32) и (4.33), док су  $b^*$  и  $\rho$  дати у [125, 07.34.21.0015.01] и [125, 07.34.21.0017.01], респективно:

$$b^* = s + t - \frac{u+v}{2} \quad (5.22)$$

$$\rho = \sum_{j=1}^v d_j - \sum_{j=1}^u c_j + \frac{u-v}{2} + 1 \quad (5.23)$$

за решење интеграла из (5.20), добија се АВЕР у затвореном облику у зависности од електричног SNR-а за случај када је систем под утицајем атмосферске турбуленције:

$$P_e(\mu_a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^{\frac{\alpha+n+1}{4}} K^n e^{-K}}{8\pi^{3/2} \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\sqrt{\mu_a}} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \times \\ \times G_{2,5}^{4,2} \left[ \frac{\alpha^2(1+K)^2}{4\mu_a} \left| \begin{array}{c} 1 - \frac{\alpha+n+1}{4}, \frac{1}{2} - \frac{\alpha+n+1}{4} \\ \frac{\alpha-n-1}{4}, \frac{\alpha-n-1}{4} + \frac{1}{2}, -\frac{\alpha-n-1}{4}, -\frac{\alpha-n-1}{4} + \frac{1}{2}, -\frac{\alpha+n+1}{4} \end{array} \right. \right]. \quad (5.24)$$

Израз (5.24) се може поједноставити применом правила за трансформацију Мајерове G функције [125, 07.34.16.0001.01]:

$$G_{p,q}^{m,n} \left[ z \left| \begin{array}{c} \alpha + a_1, \dots, \alpha + a_n, \alpha + a_{n+1}, \dots, \alpha + a_p \\ \alpha + b_1, \dots, \alpha + b_m, \alpha + b_{m+1}, \dots, \alpha + b_q \end{array} \right. \right] = z^\alpha G_{p,q}^{m,n} \left[ z \left| \begin{array}{c} a_1, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_m, b_{m+1}, \dots, b_q \end{array} \right. \right]. \quad (5.25)$$

након чега се за ABER добија:

$$P_e(\mu_a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{\alpha+n-2} K^n e^{-K}}{\pi^{3/2} \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} G_{2,5}^{4,2} \left[ \frac{\alpha^2(1+K)^2}{4\mu_a} \left| \begin{array}{c} 1, \frac{1}{2} \\ \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha+1}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2}, 0 \end{array} \right. \right]. \quad (5.26)$$

На основу дефиниције електричног SNR из (4.26), ABER се може представити у функцији средње предајне оптичке снаге  $P_T$ , као:

$$P_e(P_T) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{\alpha+n-2} K^n e^{-K}}{\pi^{3/2} \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} G_{2,5}^{4,2} \left[ \frac{\alpha^2(1+K)^2 \sigma_N^2}{8P_T^2 R^2 \Omega_p^2} \left| \begin{array}{c} 1, \frac{1}{2} \\ \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha+1}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2}, 0 \end{array} \right. \right]. \quad (5.27)$$

Заменом PDF-а тренутног SNR-а за Гама - Хи-квадрат модел (4.48) у (2.31) добија се иницијални израз за ABER FSO система који је под утицајем атмосферске турбуленције и грешке позиционирања:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 K^n e^{-K}}{4\Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} \int_0^{\infty} \gamma^{-1} \operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{\gamma}}{2} \right) G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\xi^2 \alpha(1+K)}{\xi^2 + 1} \sqrt{\frac{\gamma}{\mu}} \left| \begin{array}{c} \xi^2 + 1 \\ \xi^2, \alpha, n+1 \end{array} \right. \right] d\gamma, \quad (5.28)$$

који се након представљања комплементарне функције грешке  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  преко Мајерове G функције као у (3.46) своди на:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 K^n e^{-K}}{4\sqrt{\pi} \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} \int_0^{\infty} \gamma^{-1} G_{1,2}^{2,0} \left[ \frac{\gamma}{4} \left| \begin{array}{c} 1 \\ 0, 1/2 \end{array} \right. \right] G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\xi^2 \alpha(1+K)}{\xi^2 + 1} \sqrt{\frac{\gamma}{\mu}} \left| \begin{array}{c} \xi^2 + 1 \\ \xi^2, \alpha, n+1 \end{array} \right. \right] d\gamma. \quad (5.29)$$

Применом решења које је дато у (5.21) за интеграл из (5.29) добија се ABER у затвореном облику у зависности од електричног SNR-а за случај када је систем под утицајем атмосферске турбуленције и грешке позиционирања:

$$P_e(\mu) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{\alpha+n-3} \xi^2 K^n e^{-K}}{\pi^{3/2} \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} G_{4,7}^{6,2} \left[ \frac{\xi^4 \alpha^2 (1+K)^2}{4\mu(\xi^2+1)^2} \left| \begin{matrix} 1, \frac{1}{2}, \frac{\xi^2+1}{2}, \frac{\xi^2+2}{2} \\ \frac{\xi^2}{2}, \frac{\xi^2+1}{2}, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha+1}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2}, 0 \end{matrix} \right. \right]. \quad (5.30)$$

Коришћењем правила (5.4), (5.5) и (5.6), Мајерова G функција се може поједноставити, па се за ABER из (5.30) добија:

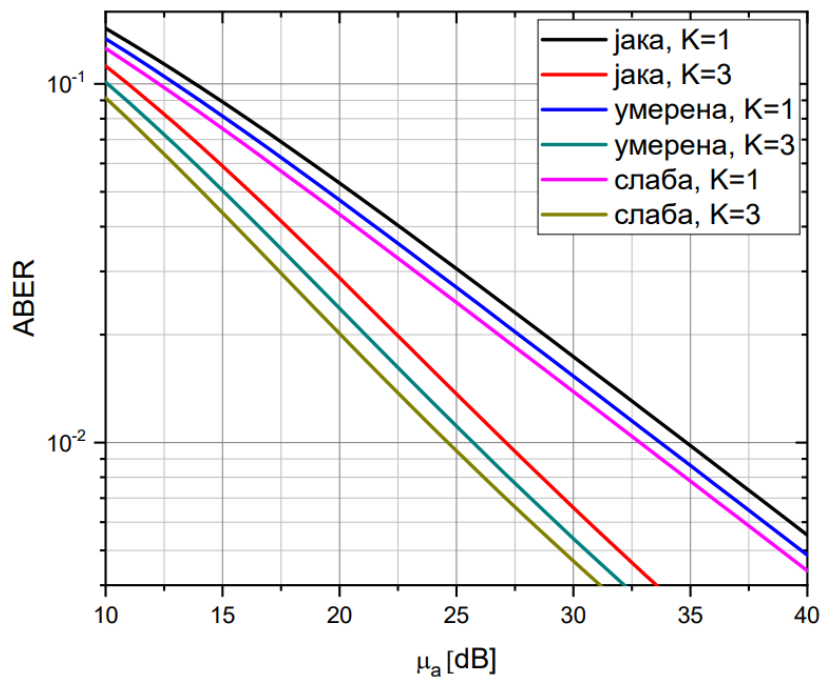
$$P_e(\mu) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{\alpha+n-3} \xi^2 K^n e^{-K}}{\pi^{3/2} \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} G_{3,6}^{5,2} \left[ \frac{\xi^4 \alpha^2 (1+K)^2}{4\mu(\xi^2+1)^2} \left| \begin{matrix} 1, \frac{1}{2}, \frac{\xi^2+2}{2} \\ \frac{\xi^2}{2}, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha+1}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2}, 0 \end{matrix} \right. \right]. \quad (5.31)$$

На основу дефиниције електричног SNR из (4.47), ABER се може представити у функцији средње предајне оптичке снаге  $P_T$ , као:

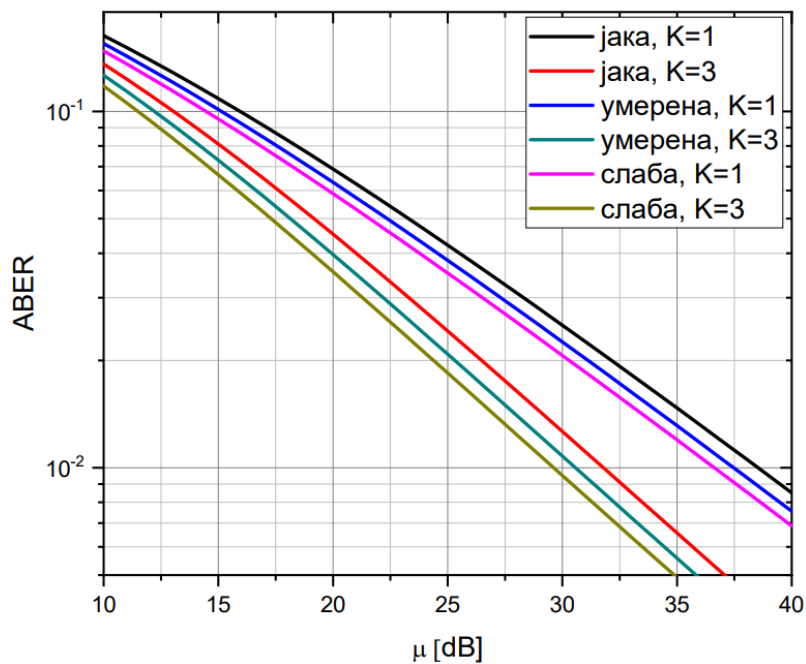
$$P_e(P_T) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{\alpha+n-3} \xi^2 K^n e^{-K}}{\pi^{3/2} \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} G_{3,6}^{5,2} \left[ \frac{\alpha^2 (1+K)^2 \sigma_N^2}{8P_T^2 R^2 A_0^2 \Omega_P^2} \left| \begin{matrix} 1, \frac{1}{2}, \frac{\xi^2+2}{2} \\ \frac{\xi^2}{2}, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha+1}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2}, 0 \end{matrix} \right. \right]. \quad (5.32)$$

За нумерички прорачун, FSO систем је посматран на таласној дужини од  $\lambda=1550$  nm и на растојању између предајника и пријемника  $L=1000$  m. Разматрана су три типа атмосферске турбуленције: слаба, умерена и јака, са индексима преламања  $C_n^2=6 \cdot 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ ,  $C_n^2=2 \cdot 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  и  $C_n^2=1,2 \cdot 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ , респективно. Укупна снага примљеног сигнала је  $\Omega_P=1$  W, док је осетљивост фотодиоде  $R=1$  A/W и варијанса шума  $\sigma_N=10^{-7}$  A/Hz. Полупречник кружног детектора  $a=0,05$  m, ширина оптичког снопа на удаљености  $L$  од предајника  $w_L=0,5$  m, стандардна девијација цитера на пријему  $\sigma_s=0,2$  m.

На Слици 5.4 и Слици 5.5 је приказано понашање ABER-а FSO канала моделованог Гама - Хи-квадрат расподелом у функцији електричног SNR-а који је под утицајем атмосферске турбуленције и грешке позиционирања, респективно. Графички су приказане вредности ABER-а за различите нивое јачине атмосферске турбуленције, различите вредности  $K$  фактора и ООК модулациону шему, а који је аналитички изражен у једначини (5.26) и једначини (5.31).



Слика 5.4. ABER за Гама - Хи-квадрат модел канала при ООК модулацији и под утицајем атмосферске турбуленције.

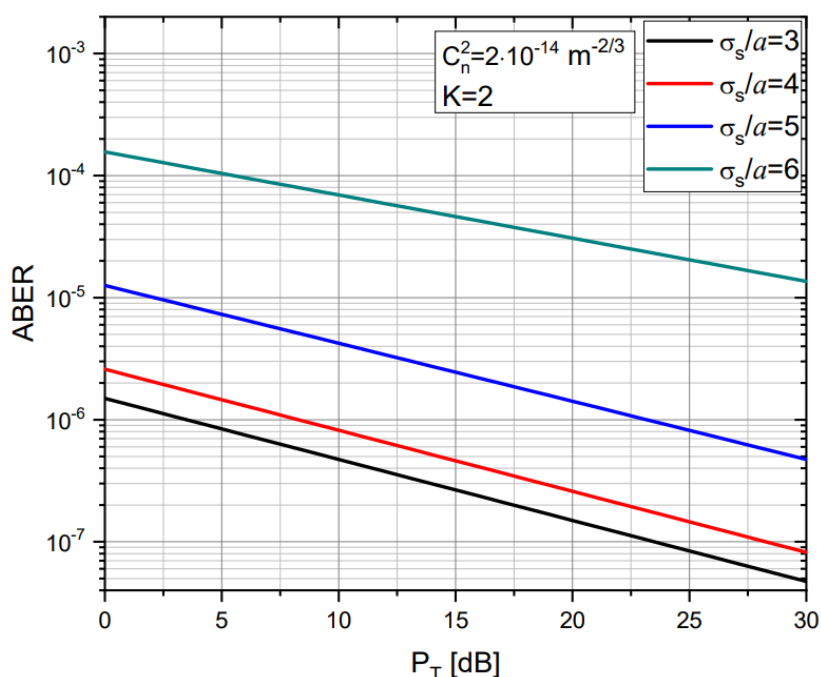


Слика 5.5. ABER за Гама - Хи-квадрат модел канала при ООК модулацији и под утицајем атмосферске турбуленције и грешке позиционирања.

Са Сликe 5.4 и Сликe 5.5 се може видети да повећање електричног SNR-а доводи до смањења ABER-а. Такође, промена ABER-а је приближно линеарна у оба случаја. Као што се и очекивало, за јачу турбуленцију и ниже вредности  $K$  фактора добијају се веће вредности ABER-а. У оба случаја, и када је канал само под утицајем

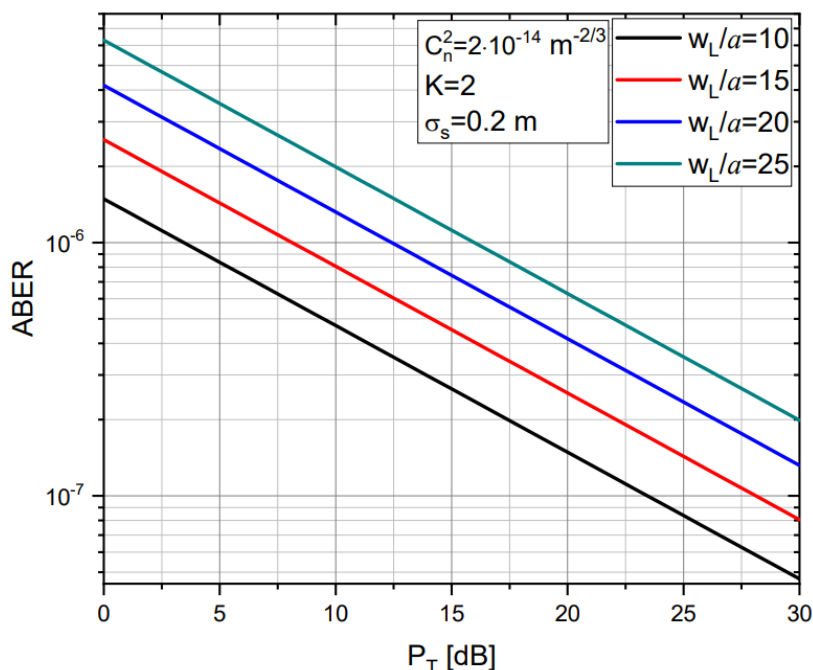
атмосферске турбуленције и када је под утицајем и атмосферске турбуленције и грешке позиционирања, АВЕР се значајно брже смањује за веће вредности  $K$  фактора него за оне ниже. Са повећањем SNR-а, разлике у вредностима АВЕР-а су израженије за случајеве где је  $K=1$  и  $K=3$ , док је за ниже вредности SNR-а ова разлика много мања. FSO систем има боље перформансе, тј. АВЕР је нижи за исте услове, када на слабљење сигнала утиче само атмосферска турбуленција него што је то случај са утицајем и атмосферске турбуленције и грешке позиционирања.

На основу добијеног аналитичког израза за АВЕР у затвореном облику за случај присуства атмосферске турбуленције и грешке позиционирања, датог у (5.32), приказани су графици промене АВЕР-а у зависности од средње предајне оптичке снаге  $P_T$ . Резултати су добијени за случај умерене атмосферске турбуленције и за вредност  $K$  фактора  $K=2$ . На Слици 5.6 приказано је понашање АВЕР-а за канал моделован Гама - Хи-квадрат расподелом, са примењеном ООК модулатионом шемом у функцији средње предајне оптичке снаге  $P_T$ , за различите вредности нормализоване стандардне девијације цитера на пријему  $\sigma_s$ . Са Сlike 5.6 се може видети да АВЕР опада линеарно како се  $P_T$  повећава. Такође, за веће вредности нормализоване стандардне девијације цитера  $\sigma_s$  добијају се веће вредности АВЕР-а. Погрешно позиционирање предајника и пријемника манифестује се кроз веће вредности стандардне девијације цитера  $\sigma_s$  што доводи до погоршања перформанси система.



Слика 5.6. АВЕР за Гама - Хи-квадрат модел канала при ООК модулатији за различите вредности нормализоване стандардне девијације цитера.

На Слици 5.7 приказано је понашање АВЕР-а за канал моделован Гама - Хи-квадрат расподелом, са примењеном ООК модулатионом шемом у функцији средње предајне оптичке снаге  $P_T$ , за различите вредности нормализоване ширине оптичког снопа  $w_L$  на растојању  $L$  од предајника. Пошто ширина оптичког снопа  $w_L$  зависи од удаљености  $L$  од предајника, јасно је да веће вредности овог параметра у великој мери утичу на погоршање АВЕР-а, као и на перформансе система. Слика 5.7 показује да АВЕР опада линеарно како се  $P_T$  повећава, као и да АВЕР узима веће вредности са повећањем нормализоване ширине оптичког снопа  $w_L$ .



Слика 5.7. АВЕР за Гама - Хи-квадрат модел канала при ООК модулатији за различите вредности нормализоване ширине оптичког снопа на удаљености  $L$  од предајника.

### 5.2.3. АВЕР при PolSK модулатији

АВЕР који зависи од флукуација интензитета на пријему за оптички сигнал који се преноси FSO системом са модулатионом шемом PolSK, а за канал моделован Гама - Хи-квадрат расподелом добија се заменом израза за PDF из (4.7) у (2.34):

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n-1}{2}} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{R^2 P}{2\sigma_N^2}} I_a \right) K_{\alpha-n-1} \left( 2\sqrt{\frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p}} I_a \right) dI_a \quad (5.33)$$

Како би се дошло до решења интеграла за АВЕР, Беселова функција друге врсте  $K_\nu(\cdot)$  и комплементарна функција грешке  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  представљају се преко одговарајућих

Мајерових G функција и то коришћењем правила датим у (3.2) и (3.46) након чега се добија:

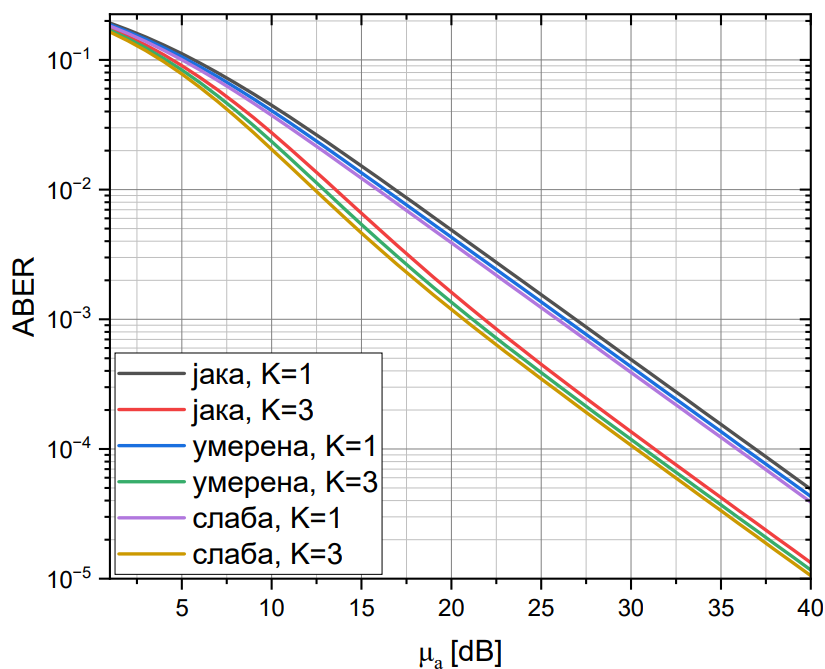
$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{2\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n-1}{2}} \times$$

$$\times G_{1,2}^{2,0} \left[ \frac{R^2 P}{2\sigma_N^2} I_a \left| \begin{matrix} 1 \\ 0, 1/2 \end{matrix} \right. \right] G_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} I_a \left| \begin{matrix} - \\ \frac{\alpha-n-1}{2}, -\frac{\alpha-n-1}{2} \end{matrix} \right. \right] dI_a, \quad (5.34)$$

Коришћењем правила (3.5) за решење интеграла из (5.34), добија се ABER у затвореном облику:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{2\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{2\alpha(1+K)\sigma_N^2}{R^2 P \Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \times$$

$$\times G_{2,3}^{2,2} \left[ \frac{2\alpha(1+K)\sigma_N^2}{R^2 P \Omega_p} \left| \begin{matrix} -\frac{\alpha+n-1}{2}, -\frac{\alpha+n}{2} \\ \frac{\alpha-n-1}{2}, -\frac{\alpha-n-1}{2}, -\frac{\alpha+n+1}{2} \end{matrix} \right. \right]. \quad (5.35)$$



Слика 5.8. ABER за Гама - Хи-квадрат модел канала при PolSK модулацији.

На основу израчунатог израза за ABER у затвореном облику атмосферски канал моделован Гама - Хи-квадрат расподелом у случају PolSK модулационе шеме (5.35)

урађени графици промене ABER-а у зависности од електричног SNR-а,  $\mu_a = \frac{R^2 P}{\sigma_N^2}$ , дати

су на Слици 5.8. Са Слике 5.8 се може видети да и при PolSK модулацији вредности АВЕР-а приближно линерано опадају са порастом електричног SNR-а. Боље перформансе система се добијају за више вредности  $K$  фактора и за ниже степене атмосферске турбуленције.

#### 5.2.4. АВЕР при MPPM модулацији

Резултати из овог одељка су публиковани у раду [129].

У циљу добијања АВЕР-а за систем чији је канал моделован Гама - Хи-квадрат расподелом, а који је под утицајем атмосферске турбуленције и при MPPM модулацији, замењује се израз за PDF из (4.7) у (2.35):

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \frac{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1} \binom{N}{\omega}^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1}} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n-1}{2}} \operatorname{erfc} \left( \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega}} I_a \right) K_{\alpha-n-1} \left( 2 \sqrt{\frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p}} I_a \right) dI_a \quad (5.36)$$

у којем се модификована Беселова функција друге врсте  $K_\nu(\cdot)$  и комплементарна функција грешке  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  представљају преко одговарајућих Мајерових G функција као у (3.2) и (3.8):

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \frac{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1} \binom{N}{\omega}^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1}} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n-1}{2}} G_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} I_a \left| \frac{\alpha-n-1}{2}, -\frac{\alpha-n-1}{2} \right. \right] \times$$

$$\times \left( 1 - \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega}} I_a G_{1,2}^{1,1} \left[ \left( \frac{P_T R}{2\omega} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega} I_a^2 \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right. \right] \right) dI_a \quad (5.37)$$

У циљу решавања интеграла, израз (5.37) се може записати као:



$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \frac{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1} \binom{N}{\omega}^{-1} \binom{N}{\omega}^{-1}}{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1}} (I_1 - I_2) , \quad (5.38)$$

где  $I_1$  представља интеграл:

$$I_1 = \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n-1}{2}} G_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} I_a \left| \frac{\alpha-n-1}{2}, -\frac{\alpha-n-1}{2} \right. \right] dI_a , \quad (5.39)$$

за који се применом правила (3.12) добија решење:

$$I_1 = \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+1}{2}} \Gamma(\alpha)\Gamma(n+1) . \quad (5.40)$$

Интеграл  $I_2$  има облик:

$$I_2 = \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega}} \int_0^{\infty} I_a^{\frac{\alpha+n+1}{2}} G_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} I_a \left| \frac{\alpha-n-1}{2}, -\frac{\alpha-n-1}{2} \right. \right] \times \\ \times G_{1,2}^{1,1} \left[ \left( \frac{P_T R}{2\omega} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega} I_a^2 \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right. \right] dI_a , \quad (5.41)$$

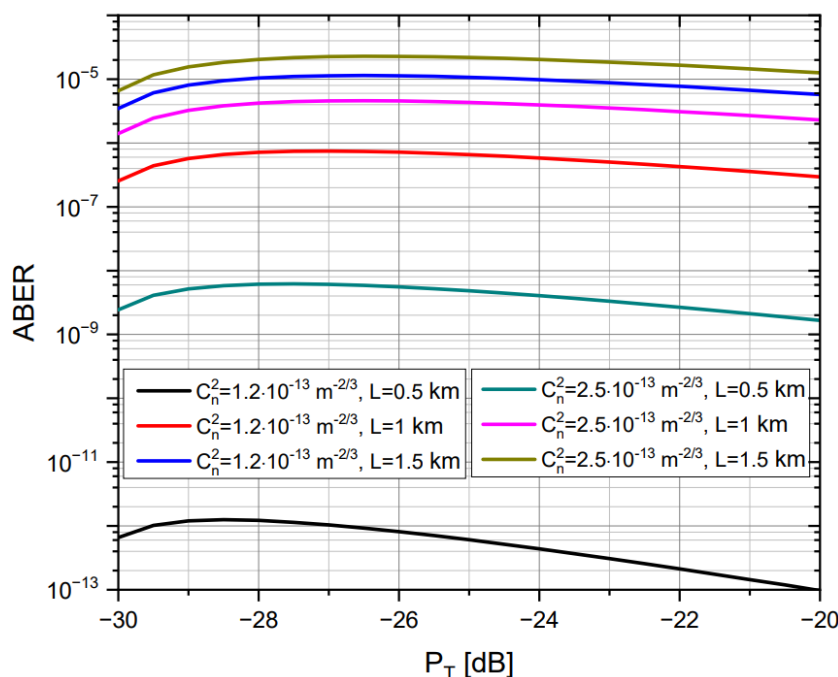
за који се применом правила (3.15) долази до решења:

$$I_2 = \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\omega\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega}} \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^{\frac{\alpha+n+3}{2}} \times \\ \times H_{3,2}^{1,3} \left[ \left( \frac{P_T R \Omega_p}{2\omega\alpha(1+K)} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega} \left| \begin{matrix} \left( \frac{1}{2}, 1 \right), (-\alpha, 2), (-m-1, 2) \\ (0, 1), \left( -\frac{1}{2}, 1 \right) \end{matrix} \right. \right] . \quad (5.42)$$

Заменом (5.40) и (5.42) у (5.38) добија се коначно решење за АВЕР:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1} \binom{N}{\omega}^{-1} K^n e^{-K}}{2^{\lfloor \log_2 \binom{N}{\omega} \rfloor - 1}} \left( 1 - \frac{\Omega_P}{\alpha(1+K)\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)} \frac{P_T R \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^2}{2\sqrt{\pi}\omega} \right) \times \sqrt{\frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega}} H_{3,2}^{1,3} \left[ \left( \frac{P_T R \Omega_P}{2\omega\alpha(1+K)} \right)^2 \left( \frac{\eta A}{\lambda L} \right)^4 \frac{N}{\sigma_N^2} \log_2 \binom{N}{\omega} \left| \begin{matrix} \left( \frac{1}{2}, 1 \right), (-\alpha, 2), (-n-1, 2) \\ (0, 1), \left( -\frac{1}{2}, 1 \right) \end{matrix} \right. \right] \quad (5.43)$$

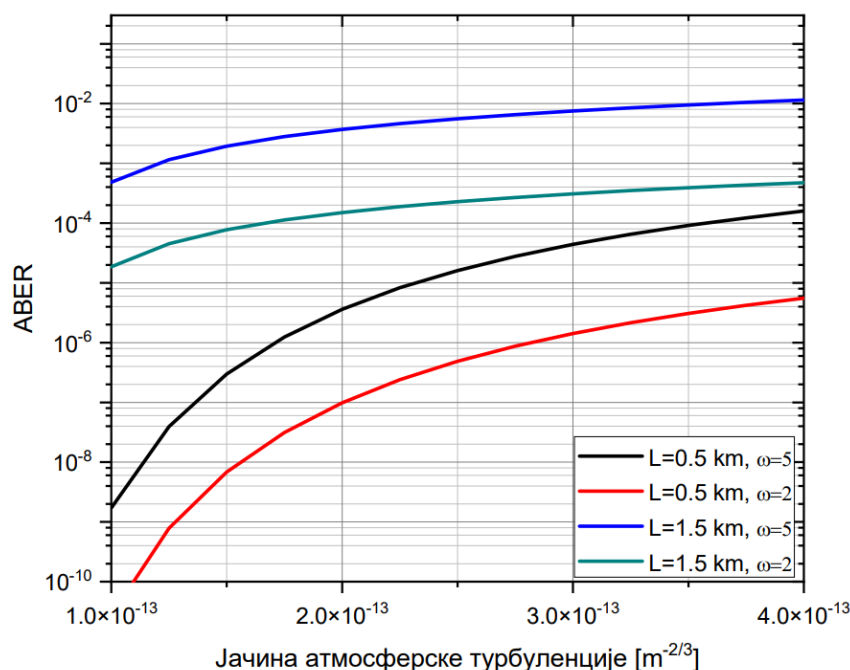
Овај FSO систем за који је примењена MPPM модулациона техника разматра се за различите вредности јаке турбуленције са индексима преламања  $C_n^2=1,2 \cdot 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$  и  $C_n^2=2,5 \cdot 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ . Што се тиче удаљености између предајника и пријемника, разматрана су три случаја:  $L=500 \text{ m}$ ,  $L=1000 \text{ m}$  и  $L=1500 \text{ m}$ . Поред тога, анализиран је утицај активних временских слотова  $\omega$  на перформансе ABER-а FSO система у јакој турбуленцији. Нумерички резултати за ABER приказани су графички у функцији средње предајне оптичке снаге и јачине атмосферске турбуленције.



Слика 5.9. ABER за Гама - Хи-квадрат модел канала при MPPM модулацији у зависности од средње предајне оптичке снаге.

У случају нове Гама - Хи-квадрат расподеле, са Слике 5.9 се може видети да је са повећањем предајне оптичке снаге ABER скоро константан за веће дужине FSO линка. На мањим растојањима, смањење ABER-а може се приметити када снага узима веће вредности. Разлика у вредностима ABER-а за различите нивое атмосферске

турбуленције је израженија на краћим растојањима. FSO систем са Гама - Хи-квадрат расподелом у овом случају даје боље резултате од Гама - Гама расподеле, односно ABER је нижи у истим посматраним условима. Такође, резултати су знатно бољи него код К-дистрибуције и Негативне експоненцијалне дистрибуције, док у поређењу са Логаритамско-нормалом расподелом Гама - Хи-квадрат расподела има нижи ABER само у случају јаче атмосферске турбуленције и веће дужине FSO линка.

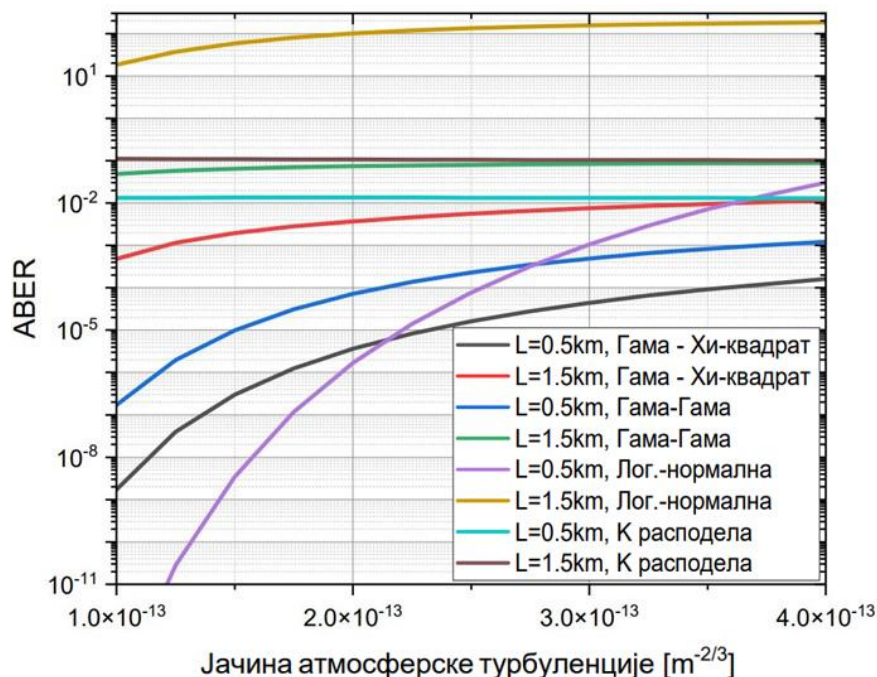


Слика 5.10. ABER за Гама - Хи-квадрат модел канала при MPPM модулацији у зависности од јачине атмосферске турбуленције.

Као и у претходним случајевима за MPPM модулацију, у Поглављу 3, за Гама - Хи-квадрат расподелу ABER се понаша слично променама атмосферске турбуленције, дужине FSO линка и броју активних временских слотова (Слика 5.10). Види се да FSO систем има боље перформансе у овом случају ако се примени Гама - Хи-квадрат расподела, у поређењу са Гама - Гама и К расподелом. На дужим растојањима Гама – Хи-квадрат расподела даје боље резултате ABER-а од Логаритамско-нормалне расподеле, док је на краћим растојањима и при слабијој атмосферској турбуленцији најбоље користити Логаритамско-нормалну расподелу и за мањи и за већи број активних временских слотова. У овом случају, код Гама - Хи-квадрат расподеле се може видети континуирана и блага промена ABER-а са променом атмосферске турбуленције, док код осталих модела расподеле ове промене нису тако постепене. На

основу тога може се закључити да је ова расподела најпогоднија за моделовање АВЕР-а на пријему.

На Слици 5.11 је приказано понашање АВЕР-а за различите расподеле и различите вредности дужине FSO линка, када је број активних временских слотова  $\omega=5$ .



Слика 5.11. АВЕР за различите моделе канала при МРРМ модулацији.

## 5.3. Капацитет канала

### 5.3.1. ОРА алгоритам

Капацитет канала употребом ОРА алгоритма за FSO систем који је моделован Гама - Хи-квадрат расподелом добија се заменом израза за PDF у функцији тренутног SNR-а (4.48) у (2.23):

$$\langle C \rangle_{ORA} = B \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 K^n e^{-K}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \int_0^{\infty} \gamma^{-1} \log_2(1+\gamma) G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\xi^2 \alpha (1+K)}{\xi^2 + 1} \sqrt{\frac{\gamma}{\mu}} \middle| \xi^2 + 1, \alpha, n+1 \right] d\gamma \quad (5.44)$$

Применом правила [144, 01.05.26.0002.01] логаритамска функција се може представити преко Мејерове G функције:

$$\log_2(z+1) = \frac{1}{\log(a)} G_{2,2}^{1,2} \left[ z \left| \begin{matrix} 1,1 \\ 1,0 \end{matrix} \right. \right], \quad (5.45)$$

и након замене у (5.44) добија се:

$$\langle C \rangle_{ORA} = B \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 K^n e^{-K}}{2 \log(2) \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} \int_0^{\infty} \gamma^{-1} G_{2,2}^{1,2} \left[ \gamma \left| \begin{matrix} 1,1 \\ 1,0 \end{matrix} \right. \right] G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\xi^2 \alpha (1+K)}{\xi^2 + 1} \sqrt{\frac{\gamma}{\mu}} \left| \begin{matrix} \xi^2 + 1 \\ \xi^2, \alpha, n+1 \end{matrix} \right. \right] d\gamma. \quad (5.46)$$

Интеграл у (5.46) решава се применом правила (5.21), (4.32), (4.33), (5.22) и (5.23), након чега се за капацитет употребом ORA алгоритма добија:

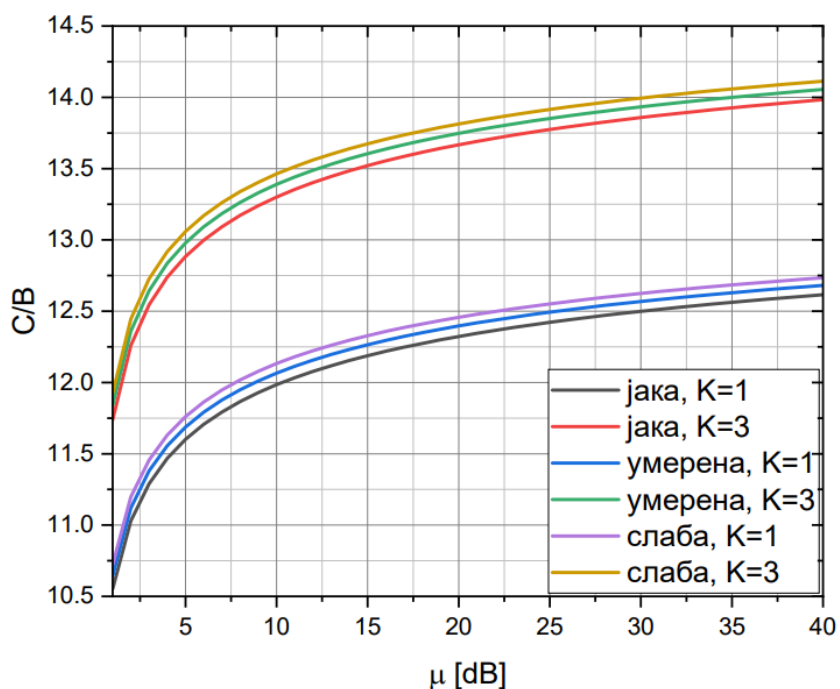
$$\langle C \rangle_{ORA} = B \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{\alpha+n} \xi^2 K^n e^{-K}}{4\pi \log(2) \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} \times \\ \times G_{4,8}^{8,1} \left[ \frac{\xi^4 \alpha^2 (1+K)^2}{16\mu (\xi^2 + 1)^2} \left| \begin{matrix} \frac{\xi^2 + 1}{2}, \frac{\xi^2 + 2}{2}, 0, 1 \\ \frac{\xi^2}{2}, \frac{\xi^2 + 1}{2}, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha + 1}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2}, 0, 0 \end{matrix} \right. \right]. \quad (5.47)$$

Коришћењем правила (5.4), (5.5) и (5.6) Мајерова G функција се може поједноставити, па се за капацитет добија:

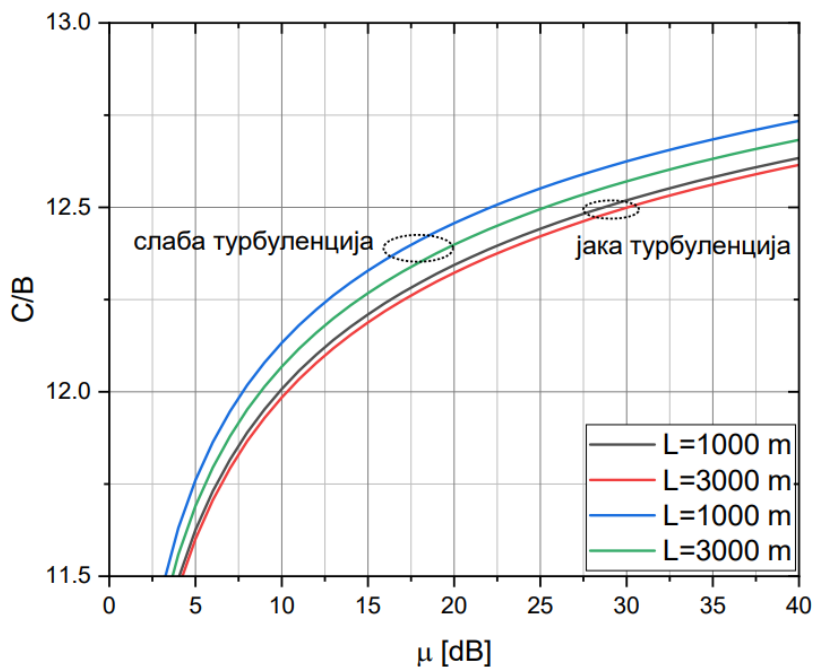
$$\langle C \rangle_{ORA} = B \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{\alpha+n} \xi^2 K^n e^{-K}}{4\pi \log(2) \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} G_{3,7}^{7,1} \left[ \frac{\xi^4 \alpha^2 (1+K)^2}{16\mu (\xi^2 + 1)^2} \left| \begin{matrix} \frac{\xi^2 + 2}{2}, 0, 1 \\ \frac{\xi^2}{2}, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha + 1}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2}, 0, 0 \end{matrix} \right. \right]. \quad (5.48)$$

Користећи се добијеним изразом за капацитет канала употребом ORA алгоритма (5.48) добијени су графици промене капацитета канала за различите параметре система када је моделован Гама - Хи-квадрат расподелом.

На Слици 5.12 и Слици 5.13 приказана је промена капацитета канала у зависности од електричног SNR-а  $\mu$ . Са Сlike 5.12 се може видети да капацитет канала расте са повећањем електричног SNR-а. Капацитет канала расте са смањењем степена турбуленције и са повећањем  $K$  фактора. Са Сlike 5.13 се може видети да на утицај капацитета канала има и дужина FSO линка. Дуже деонице дају ниже вредности капацитета канала, с тим што је тај утицај дужине линка знатно израженији код слабијих атмосферских турбуленција него код јачих атмосферских турбуленција.



Слика 5.12. Капацитет канала применом ORA алгоритма за различите вредности  $K$  фактора и нивоа атмосферске турбуленције.



Слика 5.13. Капацитет канала применом ORA алгоритма за различите дужине FSO линка и нивое атмосферске турбуленције.

### 5.3.2. OPRA алгоритам

Капацитет канала FSO система добијен применом OPRA алгоритма који је моделован Гама - Хи-квадрат расподелом добија се заменом израза за PDF у функцији тренутног SNR-а (4.48) у (2.24):

$$\langle C \rangle_{OPRA} = B \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 K^n e^{-K}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \int_{\gamma_0}^{\infty} \gamma^{-1} \log_2 \left( \frac{\gamma}{\gamma_0} \right) G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\xi^2 \alpha (1+K)}{\xi^2 + 1} \sqrt{\frac{\gamma}{\mu}} \middle| \begin{matrix} \xi^2 + 1 \\ \xi^2, \alpha, n+1 \end{matrix} \right] d\gamma \quad (5.49)$$

Коришћењем правила за логаритамску функцију која се може представити преко Хипергеометријске функције као у [144, 01.05.06.0010.01]:

$$\log_a(z) = \frac{z-1}{\log(a)} {}_2F_1(1,1;2;1-z) \quad (5.50)$$

израз (5.49) се своди на:

$$\langle C \rangle_{OPRA} = B \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 K^n e^{-K}}{2 \log(2) \gamma_0 \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} \times \int_{\gamma_0}^{\infty} \gamma^{-1} (\gamma - \gamma_0) {}_2F_1 \left( 1, 1; 2; 1 - \frac{\gamma}{\gamma_0} \right) G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\xi^2 \alpha (1+K)}{\xi^2 + 1} \sqrt{\frac{\gamma}{\mu}} \middle| \begin{matrix} \xi^2 + 1 \\ \xi^2, \alpha, n+1 \end{matrix} \right] d\gamma \quad (5.51)$$

Применом решења за интеграл [124, 2.24.8.3]:

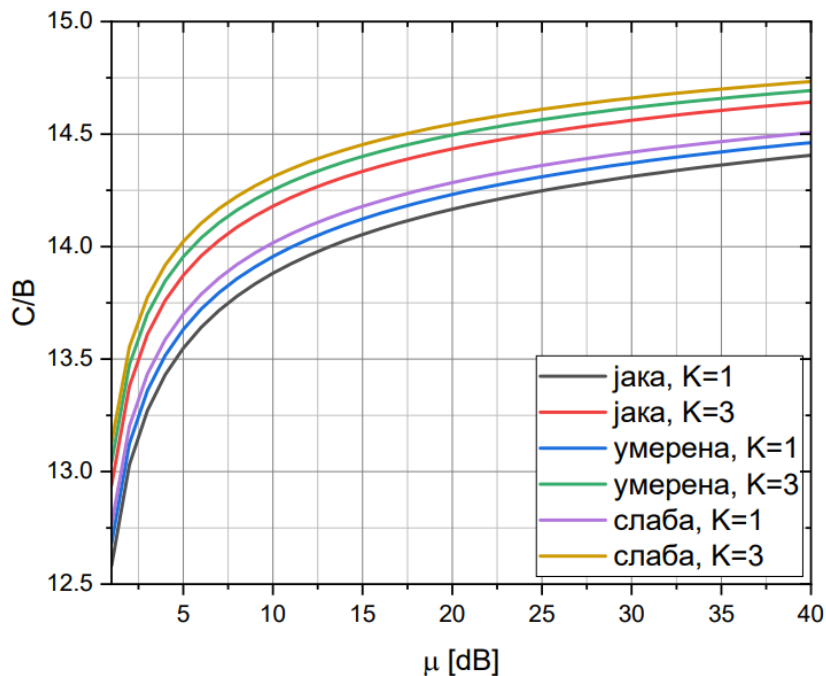
$$\int_d^{\infty} x^{\alpha-1} (x-d)^{c-1} {}_2F_1 \left( a, b; c; 1 - \frac{x}{d} \right) G_{p,q}^{m,n} \left[ \omega x^{1/k} \middle| \begin{matrix} (a_p) \\ (b_q) \end{matrix} \right] dx = \frac{k^{\mu} l^{-c} \Gamma(c)}{(2\pi)^{c^*(k-1)} d^{1-c-\alpha}} \times \\ \times G_{kp+2l, kq+2l}^{km+2l, kn} \left[ \frac{\omega^k d^l}{k^{k(q-p)}} \middle| \begin{matrix} \Delta(k, (a_p)), \Delta(l, 1-\alpha), \Delta(l, 1+a+b-c-\alpha) \\ \Delta(l, 1+a-c-\alpha), \Delta(l, 1+b-c-\alpha), \Delta(k, (b_q)) \end{matrix} \right] \quad (5.52)$$

за капацитет канала применом OPRA алгоритма се добија:

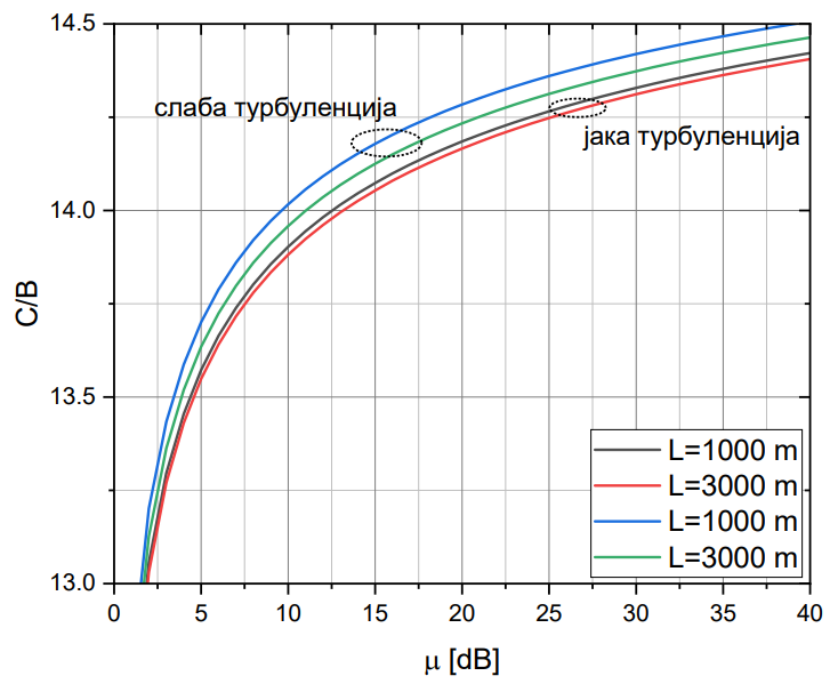
$$\langle C \rangle_{OPRA} = B \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{\alpha+n} \xi^2 K^n e^{-K}}{4\pi \log(2) \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} \times \\ \times G_{4,8}^{8,0} \left[ \frac{\gamma_0 \xi^4 \alpha^2 (1+K)^2}{16\mu (\xi^2 + 1)^2} \middle| \begin{matrix} \frac{\xi^2 + 1}{2}, \frac{\xi^2 + 2}{2}, 1, 1 \\ 0, 0, \frac{\xi^2}{2}, \frac{\xi^2 + 1}{2}, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha + 1}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2} \end{matrix} \right] \quad (5.53)$$

који се може поједноставити применом (5.4), (5.5) и (5.6), па следи да је:

$$\langle C \rangle_{OPRA} = B \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{\alpha+n} \xi^2 K^n e^{-K}}{4\pi \log(2) \Gamma(\alpha) \Gamma(n+1) n!} G_{3,7}^{7,0} \left[ \begin{matrix} \gamma_0 \xi^4 \alpha^2 (1+K)^2 \\ 16\mu (\xi^2 + 1)^2 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \frac{\xi^2 + 2}{2}, 1, 1 \\ 0, 0, \frac{\xi^2}{2}, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha+1}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2} \end{matrix} \right] . \quad (5.54)$$



Слика 5.14. Капацитет канала применом OPRA алгоритма за различите вредности K фактора и нивоа атмосферске турбуленције.

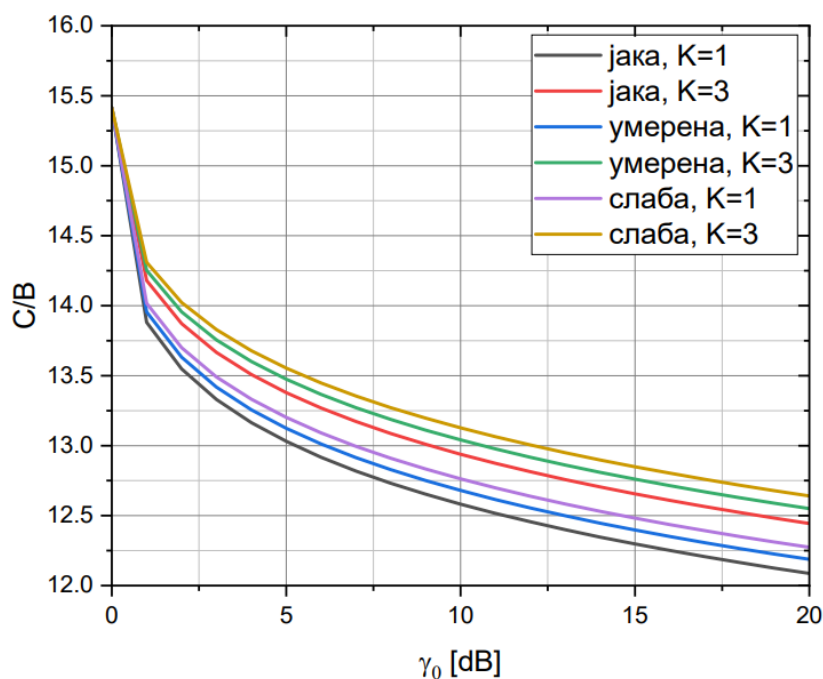


Слика 5.15. Капацитет канала применом OPRA алгоритма за различите дужине FSO линка и нивоа атмосферске турбуленције.



На основу израчунаог израза (5.54) за капацитет канала FSO система добијеног употребом OPRA алгоритма урађени су графици промене капацитета канала система моделованог Гама - Хи-квадрат расподелом који су приказани на Слици 5.14, Слици 5.15 и Слици 5.16. На Слици 5.14 и Слици 5.15 приказана је промена капацитета канала у зависности од од електричног SNR-а  $\mu$ , са којих се може видети да је понашање капацитета канала идентично као и за случај употребе ORA алгоритма. Међутим, OPRA алгоритам даје боље перформансе капацитета (веће вредности капацитета канала) у односу на примену ORA алгоритма за исте параметре система.

На Слици 5.16 дата је промена капацитета канала добијеног употребом OPRA алгоритма у зависности од нивоа отказа  $\gamma_0$  за FSO линк дужине  $L=1000$  m и електрични SNR од  $\mu=15$  dB. Са дате слике се може видети да са повећањем нивоа отказа долази до смањења капацитета канала. Смањење капацитета канала је знатно израженије за ниже вредности нивоа отказа. Као и у претходним случајевима, боље перформансе система се добијају за више вредности  $K$  фактора и за ниже степене атмосферске турбуленције.



Слика 5.16. Капацитет канала применом OPRA алгоритма у зависности од нивоа отказа.

### 5.3.3. TIFR алгоритам

Капацитета канала FSO система моделованим Гама - Хи-квадрат расподелом за случај употребе TIFR алгоритма може се израчунати заменом израза за PDF у функцији тренутног SNR-а (4.48) у (2.27):

$$\langle C \rangle_{TIFR} = B \log_2 \left( 1 + \frac{1}{\int_{\gamma_0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 K^n e^{-K}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \gamma^{-2} G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\xi^2 \alpha (1+K)}{\xi^2 + 1} \sqrt{\frac{\gamma}{\mu}} \middle| \begin{matrix} \xi^2 + 1 \\ \xi^2, \alpha, n+1 \end{matrix} \right] d\gamma} \right) (1 - P_{out}) \quad (5.55)$$

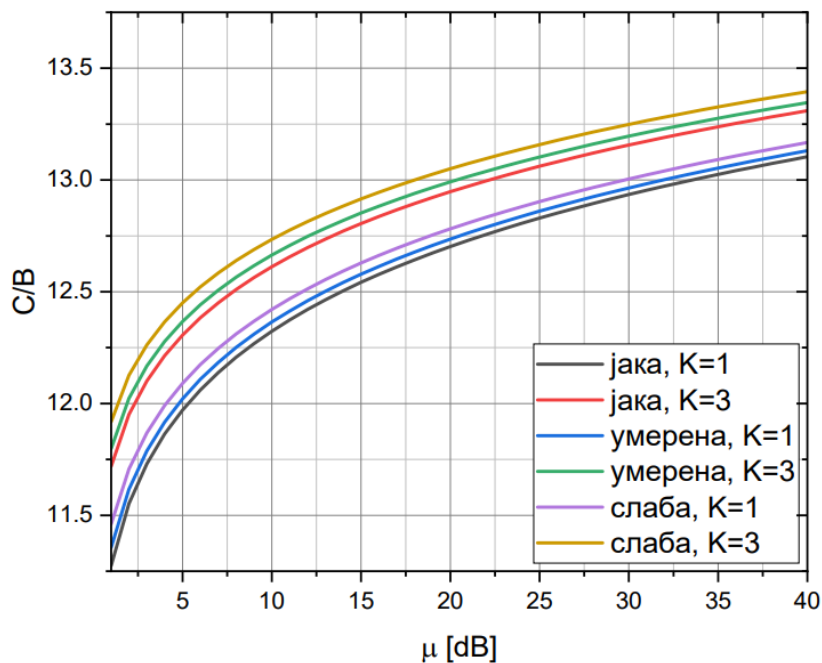
где је  $P_{out}$  вероватноћа отказа дефинисана једначином (5.7).

Применом правила (4.31), (4.32) и (4.33) за решење интеграла из (5.55) добија се:

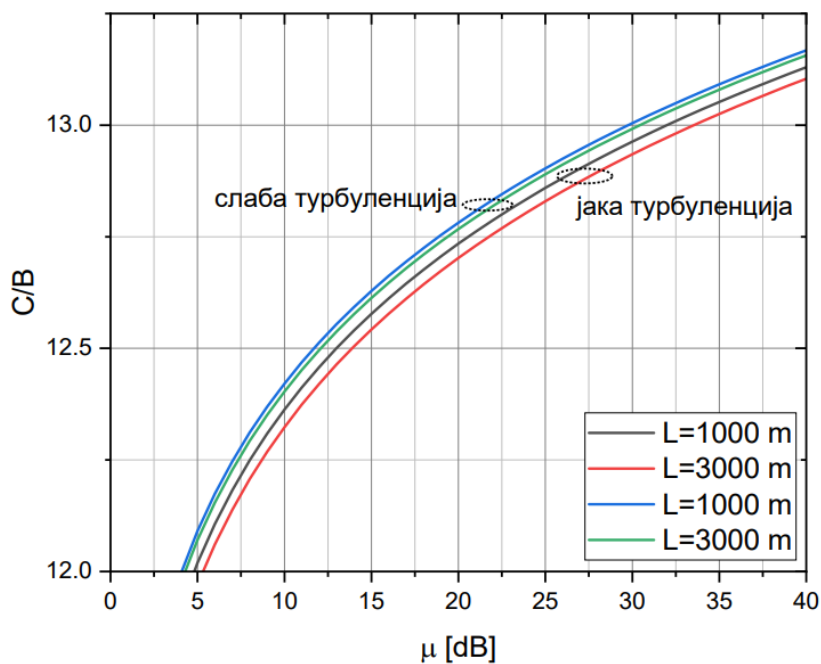
$$\langle C \rangle_{TIFR} = B \log_2 \left( 1 + \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{\alpha+n-2} \xi^2 K^n e^{-K}}{\gamma_0^n \Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} G_{3,7}^{7,0} \left[ \frac{\gamma_0 \xi^4 \alpha^2 (1+K)^2}{16\mu(\xi^2 + 1)^2} \middle| \begin{matrix} \frac{\xi^2 + 1}{2}, \frac{\xi^2 + 2}{2}, 2 \\ -\frac{1}{2}, \frac{\xi^2}{2}, \frac{\xi^2 + 1}{2}, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha + 1}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2} \end{matrix} \right]} \right) (1 - P_{out}) \quad (5.56)$$

Заменом израза за вероватноћу отказа (5.7) у (5.56), капацитет канала добијен TIFR алгоритмом када је моделован Гама - Хи-квадрат расподелом биће:

$$\langle C \rangle_{TIFR} = B \log_2 \left( 1 + \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{\alpha+n-2} \xi^2 K^n e^{-K}}{\gamma_0^n \Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} G_{3,7}^{7,0} \left[ \frac{\gamma_0 \xi^4 \alpha^2 (1+K)^2}{16\mu(\xi^2 + 1)^2} \middle| \begin{matrix} \frac{\xi^2 + 1}{2}, \frac{\xi^2 + 2}{2}, 2 \\ -\frac{1}{2}, \frac{\xi^2}{2}, \frac{\xi^2 + 1}{2}, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha + 1}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2} \end{matrix} \right]} \right) \times \left( 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{\alpha+n-2} \xi^2 K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} G_{2,6}^{5,1} \left[ \frac{\xi^4 \alpha^2 (1+K)^2}{16\mu(\xi^2 + 1)^2} \gamma_0 \middle| \begin{matrix} 1, \frac{\xi^2 + 2}{2} \\ \frac{\xi^2}{2}, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha + 1}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2}, 0 \end{matrix} \right] \right) \quad (5.57)$$



Слика 5.17. Капацитет канала применом TIFR алгоритма за различите вредности  $K$  фактора и нивоа атмосферске турбуленције.



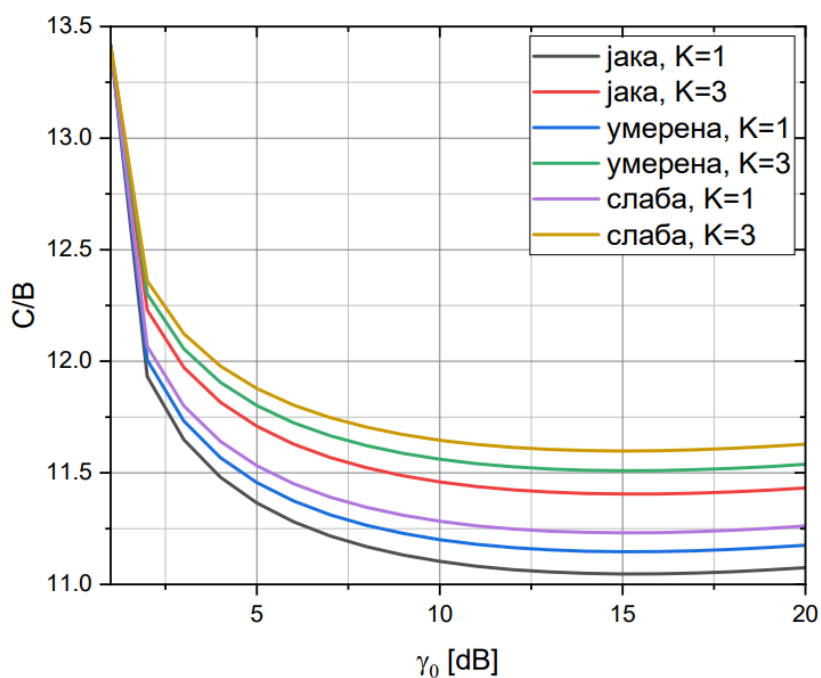
Слика 5.18. Капацитет канала применом TIFR алгоритма за различите дужине FSO линка и нивое атмосферске турбуленције.

На Слици 5.17, Слици 5.18 и Слици 5.19 приказане су промене капацитета канала FSO система моделованим Гама - Хи-квадрат расподелом за случај употребе TIFR алгоритма а које су добијене на основу израза (5.57). Са Сlike 5.17 и Сlike 5.18 може се видети понашање капацитета канала у зависности од електричног SNR-а. Као

и у случајевима употребе ORA и OPRA алгоритма, понашање капацитета канала добијен употребом TIFR алгоритма је идентично, с тим што се код TIFR алгоритма добијају најниже вредности капацитета канала.

За разлику од ORA и OPRA алгоритма, код TIFR алгоритма утицај дужине линка је знатно израженији код јаке атмосферске турбуленције него код слабије атмосферске турбуленције.

На Слици 5.19 дата је промена капацитета канала добијеног употребом TIFR алгоритма у зависности од нивоа отказа  $\gamma_0$  за FSO линк дужине  $L=1000$  m и електрични SNR од  $\mu=15$  dB. Са Сlike 5.19 се може видети да са повећањем нивоа отказа долази до смањења капацитета канала. Смањење капацитета је интензивно за ниске вредности нивоа отказа, да би након  $\gamma_0=10$  dB капацитет канала био константан, односно да за  $\gamma_0>10$  dB утицај нивоа отказа на капацитет канала не постоји.



Слика 5.19. Капацитет канала применом TIFR алгоритма у зависности од нивоа отказа.

## 6. ПРИМЕНА GAMMA - CHI-SQUARE МОДЕЛА РАСПОДЕЛЕ У WSN-FSO СИСТЕМИМА

У овом поглављу представљан је комбиновани систем бежичних сензорских мрежа (WSN) и FSO-а заснован на CCR-у рефлектору и са каналом моделованим Гама - Хи-квадрат (Gamma - Chi-square) расподелом. Израчунати су изрази за ABER за примљени сигнал у условима различитих нивоа атмосферске турбуленције, док су нумерички резултати приказани у облику графика. Графици су приказани за различите вредности  $K$  фактора, дужине FSO линка и различите нивое атмосферске турбуленције. Добијени резултати су упоређени са постојећим резултатима за друге моделе расподеле канала FSO система. Показаће се да Гама - Хи-квадрат расподела даје боље перформансе система када је у питању посматрани ABER као мера квалитета преноса сигнала.

Са развојем бежичних комуникација расте интересовање за развој WSN-а за различите примене. WSN системи нуде поуздане платформе ниске потрошње и ниске цене које повезују физичко окружење са системима управљања и информационих система како би се обезбедила напредна решења за праћење и контролу за широк спектар примена [62]. Многе су предности бежичних сензорских мрежа, као што су аутономна дистрибуирана контрола, самоорганизација, скалабилност мреже, једноставно подешавање, већа флексибилност у дизајну [145, 146].

WSN такође има неке недостатке када се користи RF канал за комуникацију, као што су ограничени ресурси пропусног опсега, електромагнетне сметње, лако пресретање сигнала, велика потрошња енергије [58, 146, 147]. Да би се избегли

поменути проблеми, прибегава се употреби FSO технологије за бежични пренос сигнала, која због својих бројних предности може бити добро решење [148, 149].

WSN се састоји од великог броја малих умрежених сензорских чворова који су распоређени за детекцију, обраду података и комуникацију са остатком система. Због ограничења у величини чвора, морају постојати ограничења у енергетским ресурсима, меморији и пропусности самог сензора. Бројне примене бежичних сензорских мрежа су ограничене лимитираном снагом батерије сензора, па је стога примарни циљ побољшање енергетске ефикасности сензора. Пошто је у неким окружењима веома тешко или није могуће заменити или напунити батерије, а животног век мреже је одређен веком трајања батерије, енергетска ефикасност је једно од главних питања [58, 62].

Да би се побољшала енергетска ефикасност сензора, пасивни оптички рефлектор познат као CCR рефлектор се често користи у WSN-FSO системима. Одликује се малим димензијама, лакоћом рада и занемарљивом потрошњом енергије, па је веома погодан за употребу у оваквим системима. Идеалан CCR се састоји од три међусобно ортогонална огледала која формирају конкавни угао. Континуирани ласерски зрак се емитује ка сваком чвору. Када светлосни сноп уђе у CCR, одбија се од сваког од три огледала и рефлектује се назад ка извору паралелно са смером у који је ушао. Одлука одговарајућег чвора се детектује на основу интензитета рефлектованог зрака. Ако је одлука „1“, CCR рефлектује ласерски зрак назад, док ако је одлука „0“, CCR се неће активирати и сигнал се неће рефлектовати, што указује на мању потрошњу енергије [58, 150, 151].

Бројна истраживања се баве питањем WSN-а и њиховом применом и анализом у различитим системима укључујући и FSO [146, 152-157]. У [146] је предложена шема за решавање проблема анализе енергетске ефикасности на основу позиционирања чворова у оптичком WSN. Процена локације и детекција такође су анализирани у [152] у присуству фадинга. Рад [155] проучава енергетски хетерогени WSN, где чворови могу да сарађују једни са другима како би побољшали енергетску ефикасност мреже. У раду [157] предложен је хибридни RF/FSO WSN модел са циљем смањења потрошње енергије. У [145] је анализиран оптички WSN систем и његове перформансе при коришћењу CCR. Истраживање је прилично фокусирано на рад и примену CCR-а. Ултразвучне рефлективне карактеристике CCR-а су истражене у [158], док се у [159] разматра флексибилни CCR низ за детекцију температуре. Остали модели

ретрорефлектора који представљају модификације CCR-а креиране у циљу побољшања дати су у [160, 161].

Мотивисани горе наведеном проблематиком, у овом поглављу анализиране су перформансе WSN-FSO система заснованог на CCR где се посматра ООК модулисани сигнал кроз понашање ABER-а. WSN-FSO систем је посматран у условима различитих нивоа јачине атмосферске турбуленције у односу на Гама - Хи-квадрат модел турбуленције. Резултати из овог поглавља су публиковани у раду [162].

Ласер емитује оптички сноп према CCR чворовима са предајном снагом  $P_T$  и полууглом светлосног снопа  $\theta_f$ . Средња снага коју рефлектује  $n$ -ти CCR је изражена као [58, 145]:

$$P_{c,n} = \frac{P_T d_c^2 \cos^2 \theta_{s,n} \cos \theta_{c,n} R_c}{8L^2 \tan^2 \theta_f}, \quad (6.1)$$

где је  $d_c$  пречник CCR-а,  $\theta_{s,n}$  је угао између ласера и осе линка,  $\theta_{c,n}$  представља угао између центра ласерског снопа и осе линка,  $R_c$  је рефлексивност CCR-а, а  $L$  је хоризонтална удаљеност између ласера и  $n$ -тог CCR-а. Интензитет зрака након дифракције на сочиву који рефлектује  $n$ -ти CCR је дат као:

$$I_{l,n} = \frac{P_{c,n} \pi d_c^2 \cos^2 \theta_{s,n} \cos \theta_{l,n}}{4\lambda^2 L^2}, \quad (6.2)$$

где  $\theta_{l,n}$  представља угао између правца ка сочиву фотодетектора и осе линка, а  $\lambda$  је таласна дужина ласера. Средња примљена фотоструја коју рефлектује  $n$ -ти CCR је дата као:

$$i_{r,n} = \frac{I_{l,n} \pi d_l^2 T_l T_f f_{act} R_p}{4}, \quad (6.3)$$

где  $d_l$  представља пречник сочива фотодетектора,  $T_l$  је ефикасност преноса сочива фотодетектора,  $T_f$  је ефикасност преноса оптичког филтера,  $f_{act}$  је активни део површине фотодетектора, а  $R_p$  је респонзивност пиксела.

Коначно, примљена снага на фотодетектору је:

$$P_{r,n} = i_{r,n}^2, \quad (6.4)$$

а примљени сигнал на фотодетектору рефлектован од  $n$ -тог чвора је дат као:

$$y_n = \sqrt{P_{r,n}} h g x_n + w_n, \quad (6.5)$$

где  $x_n$  представља локалну бинарну одлуку чвора  $n$ . Пошто се сматра да је растојање између предајника и пријемника довољно велико,  $h$  и  $g$  представљају независне канале атмосферске турбуленције између предајника и ССР-а и између ССР-а и пријемника, респективно. Параметар  $w_n$  је адитивни шум на улазу пријемног фотодетектора, који укључује шот шум позадинског зрачења (ambient light shot noise) и термички шум, где је укупна варијанса шума,  $\sigma^2$ :

$$\sigma^2 = (S_{bg} + S_R)R_b, \quad (6.6)$$

а  $Rb$  представља брзину преноса. Једнострана спектрална густина снаге шот шума услед позадинског зрачења је  $S_{bg}=2qi_{bg}$ , где је  $q$  наелектрисање електрона, а  $i_{bg}$  фотоструја по пикселу услед позадинског зрачења која је дата као:

$$i_{bg,n} = \frac{\pi p_{bg} R_{bg} \Delta\lambda \tan^2 \theta_f d_l^2 T_l T_f f_{act} R}{4N_p}. \quad (6.7)$$

Параметар  $p_{bg}$  представља спектралну гуштину снаге позадинског зрачења које осветљава област око ССР-а и ова област рефлектује позадинско зрачење (амбијентално светло) са рефлективношћу  $R_{bg}$ ,  $\Delta\lambda$  је пропусни опсег оптичког пропусног филтера, а  $N_p$  је број пиксела на сензору фотодетектора.

Отпорност оптерећења  $R_F$  зависи од термичког шума који има спектралну гуштину снаге дату као:

$$S_R = \frac{4k_B T}{R_F}, \quad (6.8)$$

где је  $k_B$  Болцманова константа и  $T$  је апсолутна температура.

Расподела која се користи за описивање  $h$  и  $g$  канала, тј. канала атмосферске турбуленције између предајника и ССР-а, као и између ССР-а и пријемника је новоразвијени Гама - Хи-квадрат модел расподеле чији је PDF у функцији од интензитета дат у (4.7).

ABER за оптички сигнал који се преноси претходно описаним WSN-FSO системом са ООК модулационом шемом може се изразити као [58]:

$$P_e = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-th^2g^2} f(h)f(g) \cdot dhgd\theta, \quad (6.9)$$



где је  $\tau = \frac{P_r}{8\sigma^2 \sin^2 \theta}$ .

Пошто је посматрани систем моделован са два независна канала атмосферске турбуленције, (6.9) се може поједноставити као:

$$P_e = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} I_g \cdot d\theta, \quad (6.10)$$

где се  $I_g$  представља као:

$$I_g = \int_0^{\infty} I_h f(g) \cdot dg, \quad (6.11)$$

док је  $I_h$ :

$$I_h = \int_0^{\infty} e^{-\tau h^2 g^2} f(h) \cdot dh. \quad (6.12)$$

Дакле, да би се добио израз затвореног облика за АВЕР, прво се израчунава  $I_h$  (6.12), чије решење се замењује у (6.11), да би се добио  $I_g$ . Добијено решење интеграла за (6.11) даље се замењује у (6.10), чије решење даје тражени крајњи израз.

Да би се извело коначно решење, модификована Беселова функција друге врсте  $K_\nu(\cdot)$  може се представити преко Фоксове функције на следећи начин [163, 2.9.19]:

$$H_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{z^2}{4} \left| \left( \frac{a-\eta}{2}, 1 \right), \left( \frac{a+\eta}{2}, 1 \right) \right. \right] = 2 \left( \frac{z}{2} \right)^a K_\eta(z), \quad (6.13)$$

тако да се PDF Гама - Хи-квадрат расподеле из (4.7) своди на:

$$f_{I_a}(I_a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} H_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} I \left| (n,1), (\alpha-1,1) \right. \right]. \quad (6.14)$$

Заменом (6.14) у (6.12) добија се:

$$I_h = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \int_0^{\infty} e^{-\tau g^2 h^2} H_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} h \left| (n,1), (\alpha-1,1) \right. \right] dh, \quad (6.15)$$

где се  $e^{-\tau g^2 h^2}$  такође може представити преко Фоксове функције као у [163, 2.9.4]:

$$H_{0,1}^{1,0} \left[ z \left| (b,\beta) \right. \right] = \frac{1}{\beta} z^{b/\beta} e^{-z^{1/\beta}}. \quad (6.16)$$

Дакле, за  $I_h$  се сада добија:

$$I_h = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \times \int_0^{\infty} H_{0,1}^{1,0} \left[ \sqrt{\tau} gh \left| \begin{matrix} - \\ \left(0, \frac{1}{2}\right) \end{matrix} \right. \right] H_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} h \left| \begin{matrix} - \\ (n,1), (\alpha-1,1) \end{matrix} \right. \right] dh, \quad (6.17)$$

Применом правила [124, 2.25.1.1]:

$$\int_0^{\infty} x^{\alpha-1} H_{u,v}^{s,t} \left[ \sigma x \left| \begin{matrix} [c_u, C_u] \\ [d_v, D_v] \end{matrix} \right. \right] H_{p,q}^{m,n} \left[ \omega x^r \left| \begin{matrix} [a_p, A_p] \\ [b_q, B_q] \end{matrix} \right. \right] dx = \sigma^{-\alpha} H_{p+v,q+u}^{m+t,n+s} \left[ \frac{\omega}{\sigma^r} \left| \begin{matrix} [a_n, A_n], [1-d_v - \alpha D_v, rD_v], (a_{n+1}, A_{n+1}), \dots, (a_p, A_p) \\ [b_m, B_m], [1-c_u - \alpha C_u, rC_u], (b_{m+1}, B_{m+1}), \dots, (b_q, B_q) \end{matrix} \right. \right], \quad (6.18)$$

добија се решење за дати интеграл у (6.17):

$$I_h = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \frac{1}{\sqrt{\tau}g} H_{1,2}^{2,1} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p \sqrt{\tau}g} \left| \begin{matrix} \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \\ (n,1), (\alpha-1,1) \end{matrix} \right. \right], \quad (6.19)$$

које се на основу правила за трансформацију Фоксове функције [163, 2.1.3]:

$$H_{p,q}^{m,n} \left[ \frac{1}{z} \left| \begin{matrix} (a_i, \alpha_i)_{1,p} \\ (b_j, \beta_j)_{1,q} \end{matrix} \right. \right] = H_{q,p}^{n,m} \left[ z \left| \begin{matrix} (1-b_j, \beta_j)_{1,q} \\ (1-a_i, \alpha_i)_{1,p} \end{matrix} \right. \right], \quad (6.20)$$

може записати као:

$$I_h = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n e^{-K}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!} \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \frac{1}{\sqrt{\tau}g} H_{2,1}^{1,2} \left[ \frac{\Omega_p \sqrt{\tau}g}{\alpha(1+K)} \left| \begin{matrix} (1-n,1), (2-\alpha,1) \\ \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \end{matrix} \right. \right]. \quad (6.21)$$

Заменом (6.21) и (6.14) у (6.11), за  $I_g$  се добија:

$$I_g = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{K^n K^m}{2\Gamma(n+1)\Gamma(m+1)n!m!\sqrt{\tau}} \left( \frac{\alpha(1+K)e^{-K}}{\Omega_p \Gamma(\alpha)} \right)^2 \times \int_0^{\infty} g^{-1} H_{2,1}^{1,2} \left[ \frac{\Omega_p \sqrt{\tau}}{\alpha(1+K)} g \left| \begin{matrix} (1-n,1), (2-\alpha,1) \\ \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \end{matrix} \right. \right] H_{0,2}^{2,0} \left[ \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} g \left| \begin{matrix} - \\ (m,1), (\alpha-1,1) \end{matrix} \right. \right] dg, \quad (6.22)$$

за који се применом правила (6.18) добија решење:

$$I_g = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{K^n K^m}{2\Gamma(n+1)\Gamma(m+1)n!m!\sqrt{\tau}} \left( \frac{\alpha(1+K)e^{-K}}{\Omega_p\Gamma(\alpha)} \right)^2 \times \\ \times H_{1,4}^{4,1} \left[ \frac{\alpha^2(1+K)^2}{\Omega_p^2\sqrt{\tau}} \middle| \begin{matrix} \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \\ (m,1), (\alpha-1,1), (n,1), (\alpha-1,1) \end{matrix} \right], \quad (6.23)$$

Како би се извео израз у затвореном облику за АВЕР, решење добијено у (6.23) се замењује у (6.10):

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{K^n K^m}{2\pi\Gamma(n+1)\Gamma(m+1)n!m!} \left( \frac{\alpha(1+K)e^{-K}}{\Omega_p\Gamma(\alpha)} \right)^2 \times \\ \times \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{\tau}} H_{1,4}^{4,1} \left[ \frac{\alpha^2(1+K)^2}{\Omega_p^2\sqrt{\tau}} \middle| \begin{matrix} \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \\ (m,1), (\alpha-1,1), (n,1), (\alpha-1,1) \end{matrix} \right] d\theta \quad (6.24)$$

Параметар  $\tau$  може се представити као  $\tau = \varphi / \omega$ , где је  $\varphi = P_r / (8\sigma^2)$  и  $\omega = \sin^2 \theta$ , па се након увођења смене, израз (6.24) може записати као:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{K^n K^m}{4\pi\Gamma(n+1)\Gamma(m+1)n!m!\sqrt{\varphi}} \left( \frac{\alpha(1+K)e^{-K}}{\Omega_p\Gamma(\alpha)} \right)^2 \times \\ \times \int_0^1 (1-\omega)^{\frac{1}{2}} H_{1,4}^{4,1} \left[ \frac{\alpha^2(1+K)^2}{\Omega_p^2\sqrt{\varphi}} \omega^{\frac{1}{2}} \middle| \begin{matrix} \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \\ (m,1), (\alpha-1,1), (n,1), (\alpha-1,1) \end{matrix} \right] d\omega \quad (6.25)$$

За добијени интеграл коришћењем решења датог у [124, 2.25.2.2]:

$$\int_0^a x^{\alpha-1} (a-x)^{\beta-1} H_{p,q}^{m,n} \left[ \omega x^r (a-x)^\rho \middle| \begin{matrix} [a_p, A_p] \\ [b_q, B_q] \end{matrix} \right] dx = \\ \alpha^{\alpha+\beta-1} H_{p+2,q+1}^{m,n+2} \left[ \omega a^{r+\rho} \middle| \begin{matrix} (1-\alpha, r), (1-\beta, \rho), [a_p, A_p] \\ [b_q, B_q], (1-\alpha-\beta, r+\rho) \end{matrix} \right], \quad (6.26)$$

изводи се израз за АВЕР у затвореном облику за Гама - Хи-квадрат модел канала који ће бити:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{K^n K^m}{4\pi\Gamma(n+1)\Gamma(m+1)n!m!\sqrt{\varphi}} \left( \frac{\alpha(1+K)e^{-K}}{\Omega_p\Gamma(\alpha)} \right)^2 \times \\ \times H_{3,5}^{4,3} \left[ \left( \frac{\alpha(1+K)}{\Omega_p} \right)^2 \frac{1}{\sqrt{\varphi}} \middle| \begin{matrix} \left(0, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, 0\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \\ (m,1), (\alpha-1,1), (n,1), (\alpha-1,1), \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \end{matrix} \right]. \quad (6.27)$$

На основу израчуаног израза за ABER (6.27), добијени су нумерички и графички резултати који описују понашање ABER-а за различите вредности параметара система.

У коначном решењу аналитичког израза (6.27) за ABER појављује се Фоксова функција, која је дефинисана интегралом типа Мелин-Барнес (Mellin-Barnes) са интегратором који садржи производе и количнике Ојлерових Гама функција. Фоксова функција генерализује већину специјалних функција и она се може развити у облику интеграла различитих производа [163-165]. MATLAB, Wolfram Mathematica и други софтверски алати немају могућност директног израчунавања Фоксове функције, а за њену софтверску имплементацију морају се креирати програмски кодови. Постоји неколико објављених програмских кодова који процењују Фоксову функцију [165]. Користећи [163-166] и одређеном модификацијом, добијене су нумеричке вредности за израз (6.27).

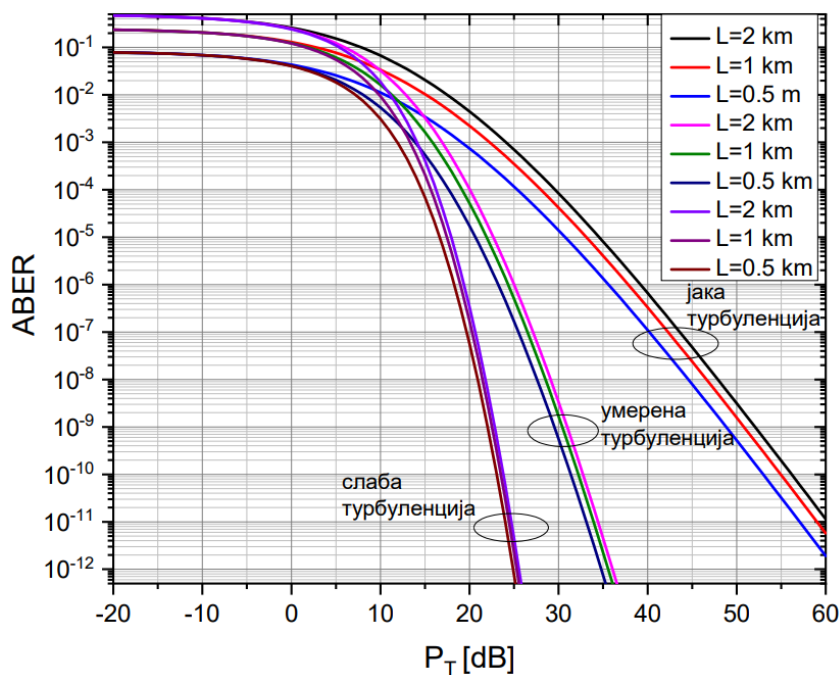
Вредности параметара система дати су у Табели 6.1 [58, 145].

Табела 6.1. Вредности параметара WSN-FSO система.

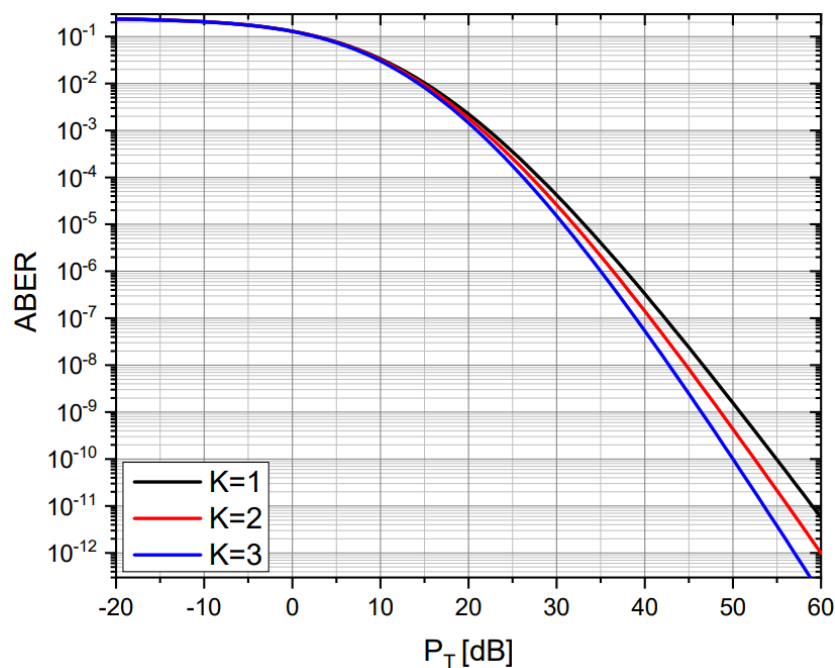
Параметар	Вредност	Параметар	Вредност
$N$	10	$P_o$	0,5
$p_d$	0,5	$p_f$	0,1
$R_c$	0,85	$T_l$	0,1
$d_c$	0,0005	$d_l$	0,1
$T_f$	0,8	$fact$	0,75
$R_p$	0,5	$\theta_c$	60°
$\theta_s$	60°	$\theta_l$	60°
$\lambda$	$830 \times 10^{-9}$	$\theta_f$	1°
$R_b$	103	$K_b$	$1,38 \times 10^{-23}$
$T$	300	$R_f$	$20 \times 10^6$
$P_{bg}$	0,8	$R_{bg}$	0,3
$\Delta\lambda$	$5 \times 10^{-9}$	$N_p$	$10^5$
$q$	$1.6021765 \times 10^{-19}$		

На Слици 6.1 приказано је понашање ABER у зависности од средње предајне оптичке снаге  $P_T$  за различите вредности дужине FSO линка ( $L=500$  m,  $L=1000$  m и  $L=2000$  m), различите нивое јачине атмосферске турбуленције (јака  $C_n^2=1,2 \cdot 10^{-13}$ , умерена  $C_n^2=2 \cdot 10^{-14}$  и слаба  $C_n^2=6 \cdot 10^{-15}$ ) и за фиксну вредност  $K$  фактора  $K=1$ . Са датих графика се може видети да ABER опада са повећањем средње предајне снаге сигнала.

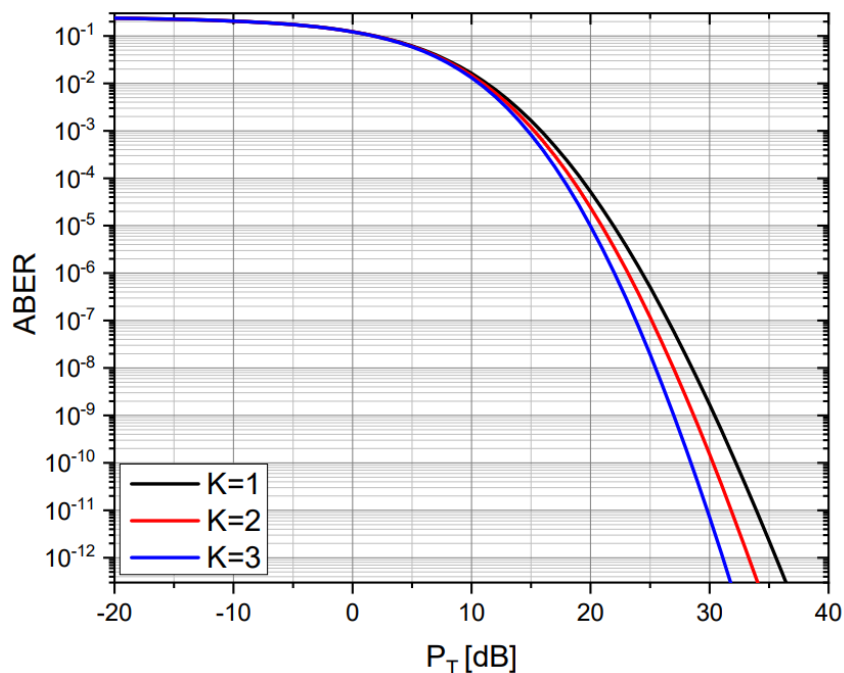
ABER најбрже опада при слабој атмосферској турбуленцији, а најспорије при јакој атмосферској турбуленцији. Може се видети да како се дужина FSO линка смањује, тако се смањују и ABER вредности. При нижим вредностима снаге, скоро да нема разлике у вредностима ABER-а за различите дужине FSO линка. Утицај дужине FSO линка је израженији са повећањем средње предајне снаге сигнала.



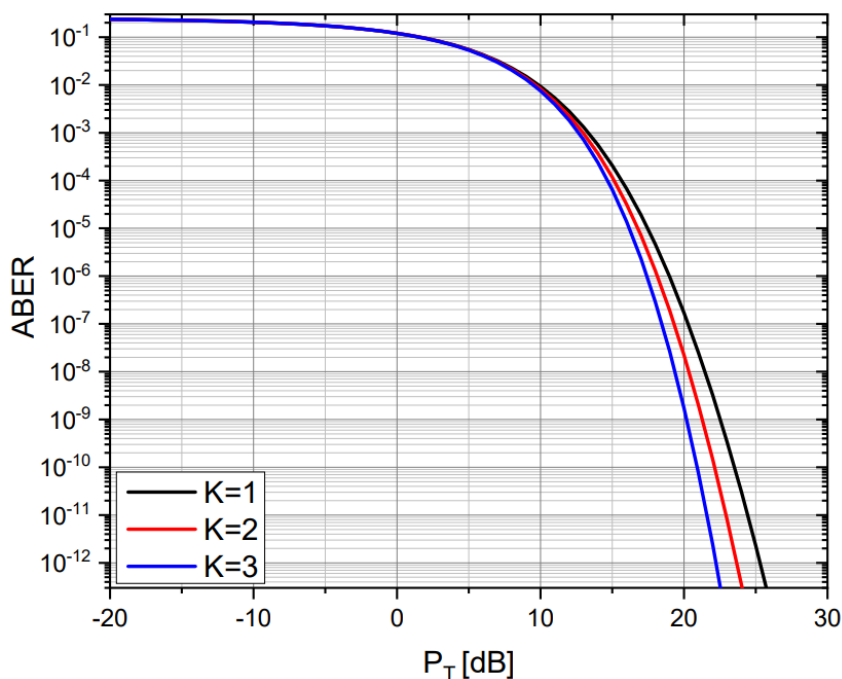
Слика 6.1. ABER за различите нивое атмосферске турбуленције и дужине FSO линка.



Слика 6.2. ABER за различите вредности  $K$  фактора при јакој атмосферској турбуленцији.



Слика 6.3. ABER за различите вредности  $K$  фактора при умереној атмосферској турбуленцији.



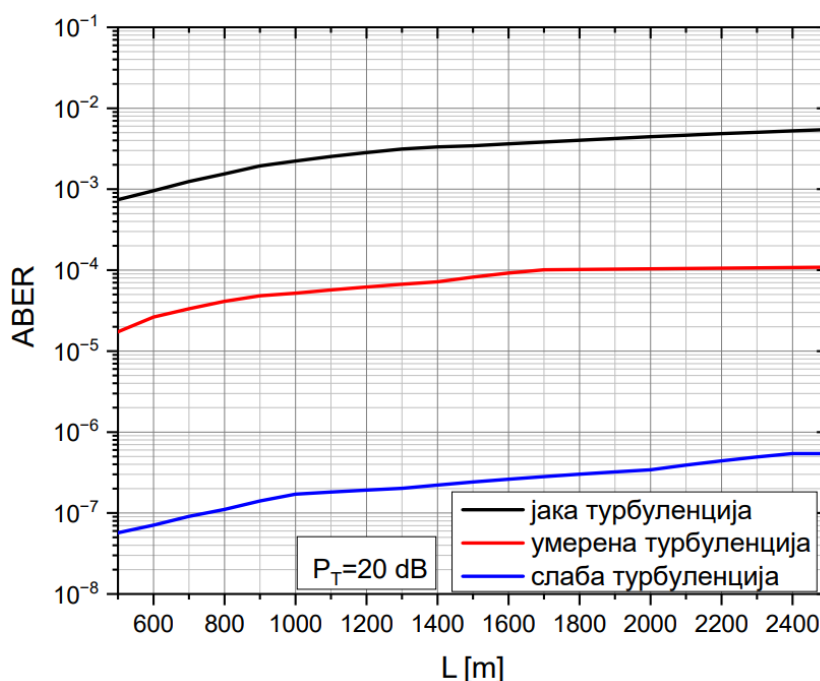
Слика 6.4. ABER за различите вредности  $K$  фактора при слабој атмосферској турбуленцији.

На Слици 6.2, Слици 6.3 и Слици 6.4 приказано је понашање ABER у зависности од средње предајне снаге сигнала за јаку, умерену и слабу атмосферску турбуленцију, респективно. Дати су графици за различите вредности  $K$  фактора на дужини FSO линка од  $L=1000$  m. Са датих графика се види да се повећањем  $K$  фактора побољшавају перформансе система, односно добијају се ниже вредности ABER-а. Такође,  $K$  фактор при ниским вредностима средње предајне снаге не утиче на

перформансе комуникационог система, АВЕР има приближно исту вредност за све вредности  $K$  фактора.

Ако се добијени АВЕР резултати за Гама - Хи-квадрат модел канала упореде са АВЕР резултатима добијеним за друге моделе FSO канала [58], може се видети да Гама - Хи-квадрат расподела даје боље перформансе у погледу вредности АВЕР-а, односно добијају се ниже вредности АВЕР-а за исте параметре FSO комуникационог система.

Слика 6.5 приказује понашање АВЕР-а у зависности од дужине FSO линка и за различите нивое јачине атмосферске турбуленције ( $K$  фактор је  $K=1$  и средња предајна оптичка снага је  $P_T=20$  dB).



Слика 6.5. АВЕР у зависности од дужине FSO линка.

На основу добијених резултата може се видети да систем има најбоље перформансе у случају слабе атмосферске турбуленције и за краће дужине FSO линка. Утицај дужине FSO линка је израженији са повећањем средње предајне снаге сигнала, док за ниже вредности снаге разлике готово и да нема. Поред тога, приказан је утицај  $K$  фактора на перформансе система. Види се да повећање  $K$  фактора побољшава квалитет преноса. При нижим вредностима снаге промене  $K$  фактора не утичу значајно на пренос, јер АВЕР има скоро исте вредности. Поред тога, упоређујући резултате добијене у овом раду са резултатима добијеним за друге FSO моделе расподела, може

се закључити да Гама - Хи-квадрат расподела даје боље перформансе система у погледу АВЕР-а као мере квалитета.



## 7. ПРИМЕНА GAMMA - CHI-SQUARE МОДЕЛА РАСПОДЕЛЕ У RF/FSO СИСТЕМИМА

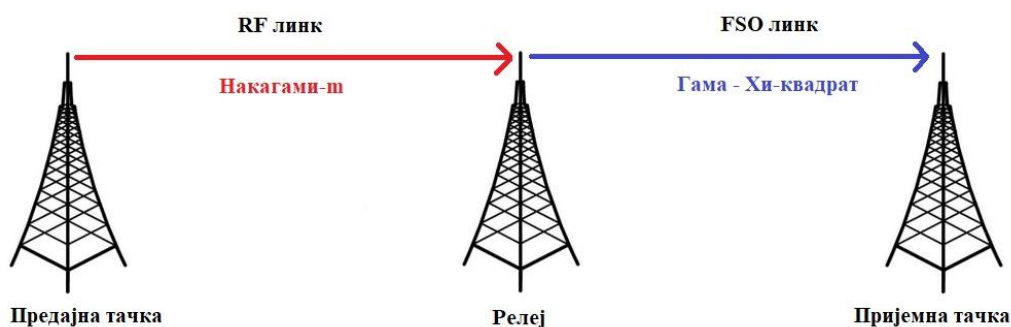
У поглављу је разматран хибридни RF/FSO систем. За опис RF дела у хибридном систему коришћен је Накагами- $m$  модел расподеле, док је FSO део описан новоразвијеним Гама - Хи-квадрат (Gamma - Chi-square) моделом. За разматрани хибридни RF/FSO систем изведен је аналитички израз за вероватноћу отказа, а нумерички резултати су представљени у облику графика за различите параметре комуникационог система: Накагами фединг параметар  $m$ , праг, просечни SNR,  $K$  фактор, дужину FSO линка и различите нивое атмосферске турбуленције.

### 7.1. RF/FSO систем

FSO технологија омогућава комуникацију високих перформанси између две фиксне тачке на удаљености до 3 km. У поређењу са радио фреквенцијским (RF) системима [167], FSO има велики пропусни опсег који омогућава веће брзине преноса података оптичким сигнаlima [168-170]. FSO системи се имплементирају на деоницама када постоји линија видљивости између предајника и пријемника. Ако постоји LOS на свим деоницама, онда је могуће постићи FSO пренос сигнала на свакој деоници. Међутим, ако LOS не постоји на неким секцијама, могућ је пренос у RF домену. Тако је могуће имплементирати хибридне RF/FSO системе који се састоје од RF и FSO веза, који су повезани релејима [171-174]. У пракси се обично дешавају ситуације када на деоници од предајника до релеја нема LOS-а, па се на њему врши

пренос у RF домена. У овом случају, FSO пренос се примењује на другој вези између релеја и пријемника за потребе последње миље.

Конверзија електричног сигнала у оптички сигнал на релеју се врши применом модулације интензитета подносиоца. Неколико RF носилаца може бити мултиплексирано преко једне FSO везе, која ће даље преносити сигнал до крајњег одређишта. Због постојања јаза у вези између главне мреже са оптичким влакнима и крајњих корисника, примена FSO преноса обезбеђује покривеност последње миље [175]. На Слици 7.1 дат је пример хибридног RF/FSO система.



Слика 7.1. Модел хибридног RF/FSO система.

Развијено је неколико модела за описивање ширења сигнала у FSO системима са атмосферском турбуленцијом [30], а са друге стране, развијено је неколико модела за опис моделовање простирања сигнала у RF системима: Накагами- $m$ , Вејбулова, Рејлијева, Накагами- $q$  (Хојтова), Рајсова,  $\alpha$ - $\mu$ ,  $k$ - $\mu$ ,  $\eta$ - $\mu$ ,  $\alpha$ - $k$ - $\mu$ ,  $\alpha$ - $\eta$ - $\mu$  [176, 177]. Накагами- $m$  расподела је добила широку примену у моделовању физичких радио канала са федингом [178]. Кроз параметар  $m$ , ова расподела може да моделује различите канале са федингом и условима где се јачине фединга крећу од јаког и умереног, до слабог или никаквог. Накагами- $m$  расподелу карактерише параметар  $m$  који одређује јачину фединга. Повећањем вредности параметра  $m$  опада јачина фединга. За случај  $m=1$  Накагами- $m$  фединг канала прелази у Рејлијев канал. Када је  $m=0$ , Накагами- $m$  прелази у Гаусов канал. За случај да параметар  $m$  тежи бесконачности, Накагами- $m$  фединг канал прелази у канал без фединга [176, 177].

Основно оправдање за употребу Накагами- $m$  фединг модела је његова добра усклађеност са емпиријским подацима. У литератури је објављено много теоријске и нумеричке анализе перформанси различитих комуникационих система који раде у Накагами- $m$  фединг окружењу.

У радовима [175, 179-181] разматране су перформансе RF/FSO система, као што су вероватноћа отказа и ABER. У [182] и [183] разматран је хибридни RF/FSO систем, где је RF систем описан Накагами- $m$  расподелом, а FSO систем Гама-Гамма расподелом. Различите комбинације RF/FSO система са више улаза или више излаза (MIMO - Multiple-Input Multiple-Output, MISO - Multiple-Input Single-Output, SIMO - Single-Input Multiple-Output) истражене су у [184] и [185]. У раду [186] приказане су перформансе хибридног RF/FSO система у случају присуства грешке позиционирања и блокаде везе. У [168] и [187] су представљени хибридни RF/FSO комуникациони системи са пријемним диверзитијем, док су у [188] и [189] анализирани RF/FSO системи са просторним диверзитијем.

## 7.2. Одређивање вероватноће отказа RF/FSO система

Накагами- $m$  је употребљена за описивање RF канала. PDF тренутног SNR-а  $\gamma_1$  је описан са [182]:

$$f_{\gamma_1}(\gamma_1) = \frac{m^m}{\mu_1^m \Gamma(m)} \gamma_1^{m-1} e^{-\frac{m\gamma_1}{\mu_1}}, \quad (7.1)$$

где је  $m$  параметар фединга, а  $\mu_1$  средњи SNR.

Кумулативна функција расподеле (CDF) је:

$$F_{\gamma_1}(\gamma_1) = 1 - \frac{1}{\Gamma(m)} \Gamma\left(m, \frac{m\gamma_1}{\mu_1}\right), \quad (7.2)$$

где је  $\Gamma(\cdot; \cdot)$  непотпуна Гама функција [123, 8.350.2].

Функција густине вероватноће новоразвијене Гама - Хи-квадрат расподеле коришћена за описивање FSO канал је дата са (4.48), односно у овом случају у зависности од тренутног SNR-а  $\gamma_2$  у ознаци:

$$f_{\gamma_2}(\gamma_2) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 K^n e^{-K}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!\gamma_2} G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\xi^2 \alpha (1+K)}{\xi^2 + 1} \sqrt{\frac{\gamma_2}{\mu_2}} \middle| \begin{matrix} \xi^2 + 1 \\ \xi^2, \alpha, n+1 \end{matrix} \right]. \quad (7.3)$$

Вероватноћа отказа је описана процентом када тренутни SNR  $\gamma$  падне испод одређене дефинисане вредности  $\gamma_{th}$ . Вероватноћа отказа је дата са [182]:

$$P_{out} = \int_0^{\infty} P_r \left[ \gamma_1 < \gamma_{th} \left( 1 + \frac{\mu_1 + 1}{\gamma_2} \right) \right] f_{\gamma_2}(\gamma_2) d\gamma_2 \quad (7.4)$$

Да би се извео израз затвореног облика за вероватноћу отказа од почетка до краја RF/FSO везе, врши се замена (7.2) у (7.4):

$$P_{out} = \int_0^{\infty} \left[ 1 - \frac{1}{\Gamma(m)} \Gamma \left( m, \frac{m\gamma_{th}}{\mu_1} \left( 1 + \frac{\mu_1 + 1}{\gamma_2} \right) \right) \right] f_{\gamma_2}(\gamma_2) d\gamma_2 \quad (7.5)$$

и заменом (7.3) у (7.4), где је  $\int_0^{\infty} f_{\gamma_2}(\gamma_2) d\gamma_2 = 1$ , добија се:

$$P_{out} = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^2 K^n e^{-K}}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(m)\Gamma(n+1)n!} \int_0^{\infty} \gamma_2^{-1} \Gamma \left( m, \frac{m\gamma_{th}}{\mu_1} \left( 1 + \frac{\mu_1 + 1}{\gamma_2} \right) \right) \times \\ \times G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\xi^2 \alpha (1+K)}{\xi^2 + 1} \sqrt{\frac{\gamma_2}{\mu_2}} \middle| \begin{matrix} \xi^2 + 1 \\ \xi^2, \alpha, n+1 \end{matrix} \right] d\gamma_2 \quad (7.6)$$

Коришћењем израза за непотпуну Гама функцију [123, 8.352.4]:

$$\Gamma(n, x) = (n-1)! e^{-x} \sum_{m=0}^{n-1} \frac{x^m}{m!} \quad (7.7)$$

(7.6) се своди на:

$$P_{out} = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{n-1} \frac{\xi^2 K^n e^{-K} \frac{m\gamma_{th}}{\mu_1} (m-1)! \left( \frac{m\gamma_{th}}{\mu_1} \right)^t}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(m)\Gamma(n+1)n!t!} \times \\ \times \int_0^{\infty} \gamma_2^{-1} e^{-\frac{m\gamma_{th}(\mu_1+1)}{\mu_1\gamma_2}} \left( 1 + \frac{\mu_1 + 1}{\gamma_2} \right)^t G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\xi^2 \alpha (1+K)}{\xi^2 + 1} \sqrt{\frac{\gamma_2}{\mu_2}} \middle| \begin{matrix} \xi^2 + 1 \\ \xi^2, \alpha, n+1 \end{matrix} \right] d\gamma_2 \quad (7.8)$$

Након примене одређених релација за степеновање бинома [123, 1.111] и за Гама функцију [123, 8.339.1]:

$$(a+x)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k a^{n-k} \quad (7.9)$$

$$\Gamma(n) = (n-1)! \quad (7.10)$$

добија се:

$$P_{out} = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{m-1} \sum_{i=0}^t \binom{t}{i} \frac{\xi^2 K^n e^{-K - \frac{m\gamma_{th}}{\mu_1}} (\mu_1 + 1)^i \left(\frac{m\gamma_{th}}{\mu_1}\right)^t}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!t!} \times \int_0^{\infty} \gamma_2^{-i-1} e^{-\frac{m\gamma_{th}(\mu_1+1)}{\mu_1\gamma_2}} G_{1,3}^{3,0} \left[ \begin{matrix} \xi^2 \alpha (1+K) \\ \xi^2 + 1 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \sqrt{\gamma_2} \\ \sqrt{\mu_2} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \xi^2 + 1 \\ \xi^2, \alpha, n+1 \end{matrix} \right] d\gamma_2 \quad (7.11)$$

Представљањем експоненцијалне функције преко Мајерове G функције као у (3.3) и трансформацијом добијене Мајерове G функције коришћењем [123, 9.31.2]:

$$G_{p,q}^{m,n} \left[ x^{-1} \left| \begin{matrix} a_r \\ b_s \end{matrix} \right. \right] = G_{q,p}^{n,m} \left[ x \left| \begin{matrix} 1-b_s \\ 1-a_r \end{matrix} \right. \right], \quad (7.12)$$

добија се:

$$P_{out} = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{m-1} \sum_{i=0}^t \binom{t}{i} \frac{\xi^2 K^n e^{-K - \frac{m\gamma_{th}}{\mu_1}} (\mu_1 + 1)^i \left(\frac{m\gamma_{th}}{\mu_1}\right)^t}{2\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!t!} \times \int_0^{\infty} \gamma_2^{-i-1} G_{1,0}^{0,1} \left[ \begin{matrix} \mu_1 \gamma_2 \\ m\gamma_{th} (\mu_1 + 1) \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 1 \\ - \end{matrix} \right] G_{1,3}^{3,0} \left[ \begin{matrix} \xi^2 \alpha (1+K) \\ \xi^2 + 1 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \sqrt{\gamma_2} \\ \sqrt{\mu_2} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \xi^2 + 1 \\ \xi^2, \alpha, n+1 \end{matrix} \right] d\gamma_2 \quad (7.13)$$

Применом правила (5.21), (4.32), (4.33), (5.22) и (5.23) за решавање интеграла у (7.13), израз за вероватноћу отказа се своди на:

$$P_{out} = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{m-1} \sum_{i=0}^t \binom{t}{i} \frac{2^{\alpha+m-2} \xi^2 K^n e^{-K - \frac{m\gamma_{th}}{\mu_1}} \left(\frac{m\gamma_{th}}{\mu_1}\right)^{t-i}}{\pi\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!t!} \times \times G_{2,7}^{7,0} \left[ \begin{matrix} \xi^2 \alpha^2 (1+K)^2 m\gamma_{th} (\mu_1 + 1) \\ 16(\xi^2 + 1)^2 \mu_1 \mu_2 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \frac{\xi^2 + 1}{2}, \frac{\xi^2 + 2}{2} \\ \frac{\xi^2}{2}, \frac{\xi^2 + 1}{2}, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha + 1}{2}, \frac{m + 1}{2}, \frac{m + 2}{2}, i \end{matrix} \right] \quad (7.14)$$

Коришћењем (5.4), (5.5) и (5.6) израз за вероватноћу отказа (7.14) може се поједноставити као:

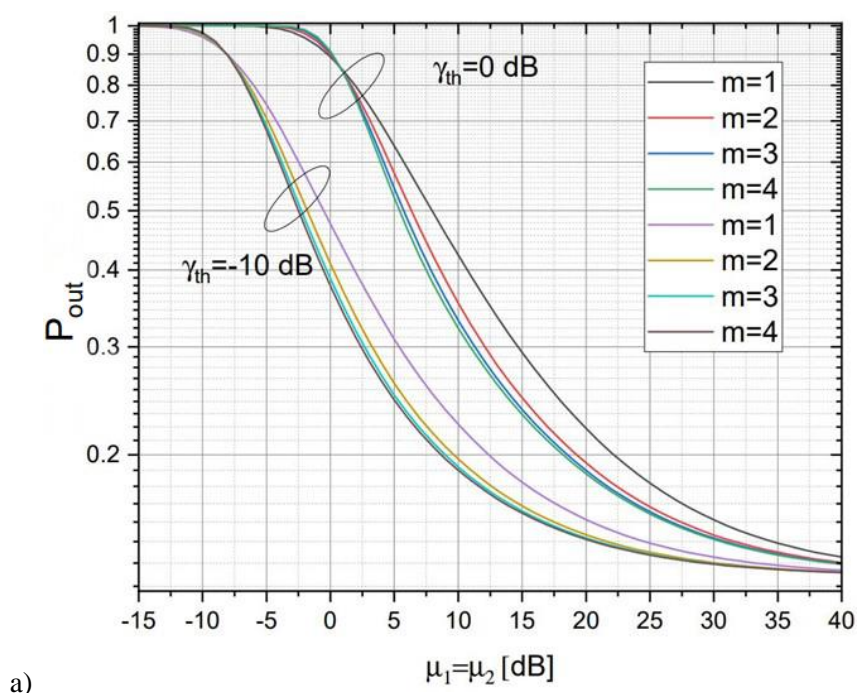
$$P_{out} = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{m-1} \sum_{i=0}^t \binom{t}{i} \frac{2^{\alpha+m-2} e^{-\frac{m\gamma_{th}}{\mu_1}} \left(\frac{m\gamma_{th}}{\mu_1}\right)^{t-i}}{\pi\Gamma(\alpha)\Gamma(n+1)n!t!} \times \times G_{1,6}^{6,0} \left[ \begin{matrix} \xi^2 \alpha^2 (1+K)^2 m\gamma_{th} (\mu_1 + 1) \\ 16(\xi^2 + 1)^2 \mu_1 \mu_2 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \frac{\xi^2 + 2}{2} \\ \frac{\xi^2}{2}, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha + 1}{2}, \frac{m + 1}{2}, \frac{m + 2}{2}, i \end{matrix} \right] \quad (7.15)$$

### 7.3. Нумерички резултати

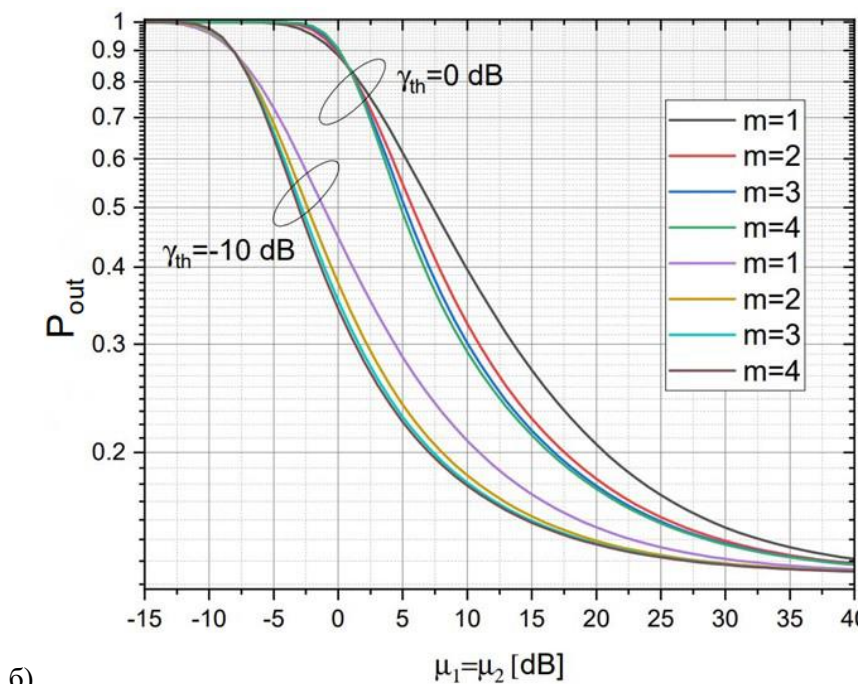
На основу израчунаог израза за вероватноћу отказа (7.15) добијени су нумерички резултати за различите случајеве параметара комуникационог система.

На Слици 7.2 приказан је график промене вероватноће отказа у зависности од електричних SNR-а  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , а за различите вредности Накагами фединг параметра  $m$  и прага  $\gamma_{th}$  при слабој (Слика 7.2а), умереној (Слика 7.2б) и јакој атмосферској турбуленцији (Слика 7.2в).

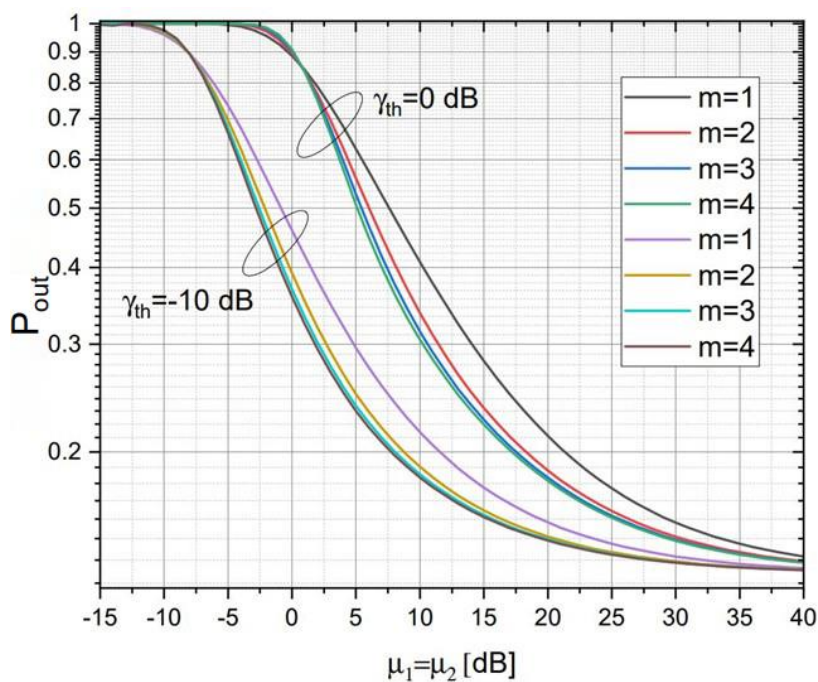
Са датих слика се може видети да са повећањем електричног SNR -а долази до смањења вероватноће отказа и да се боље перформансе система добијају за више вредности параметра  $m$ . Вероватноћа отказа брже опада за више вредности параметра  $m$ . Такође, вероватноћа отказа знатно брже опада за ниже вредности прага  $\gamma_{th}$ . На основу приказаних резултата може се видети и да са смањењем степена турбуленције смањује се и вероватноћа отказа.



а)



б)



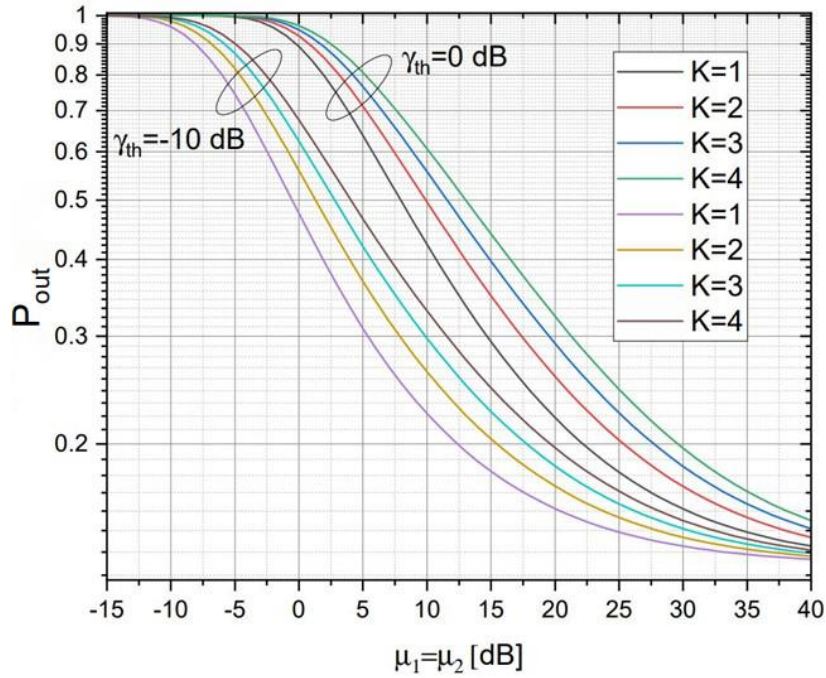
в)

Слика 7.2. Вероватноћа отказа за различите вредности параметра  $m$  при: а) слабој, б) умереној, в) јакој атмосферској турбуленцији.

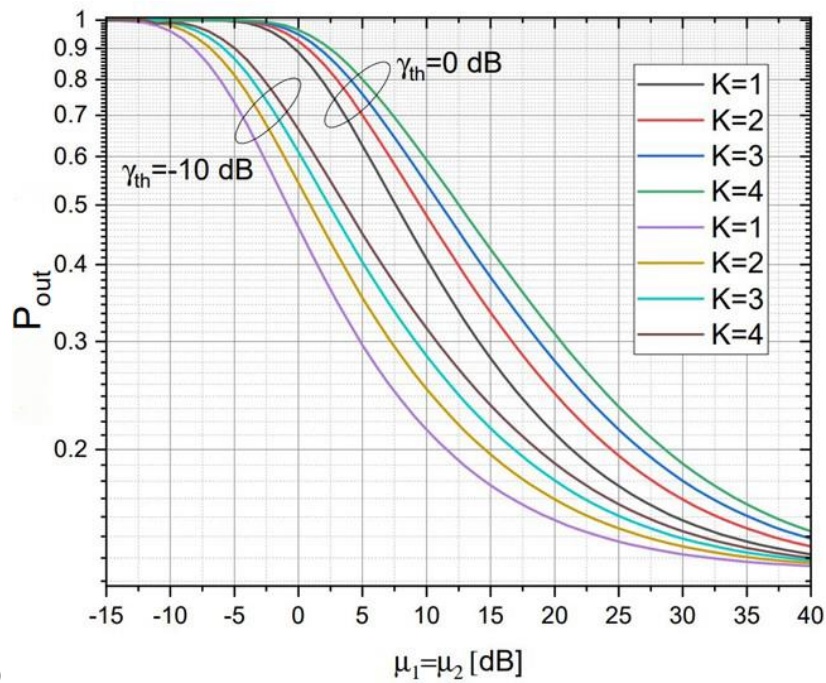
На Слици 7.3 приказан је график промене вероватноће отказа у зависности од електричних SNR-а  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , а за различите вредности  $K$  фактора и прага  $\gamma_{th}$  при слабој (Слика 7.3а), умереној (Слика 7.3б) и јакој атмосферској турбуленцији (Слика 7.3в). Са



датих слика се може видети да се за више вредности  $K$  фактора добијају више вредности вероватноће отказа.

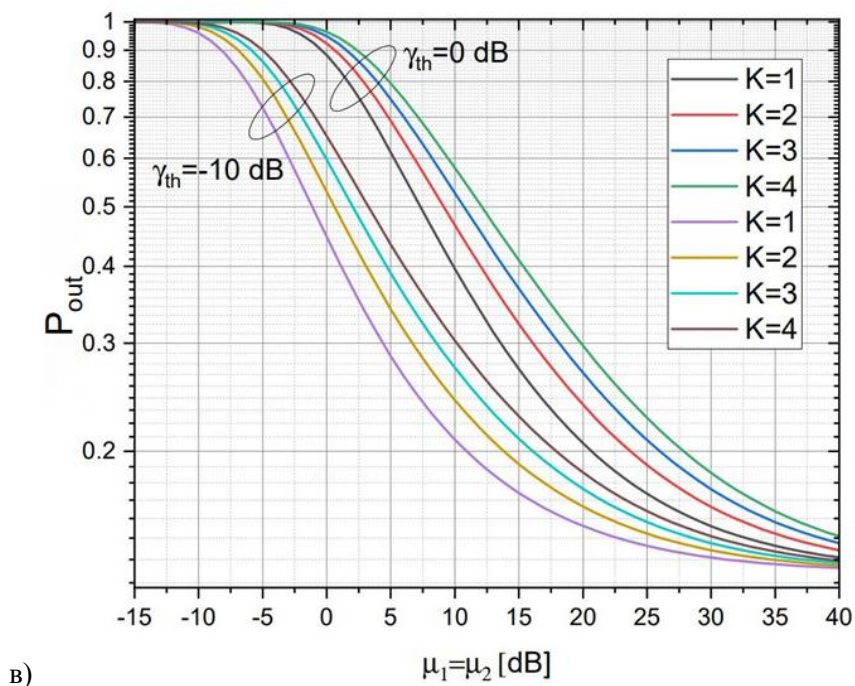


a)



б)

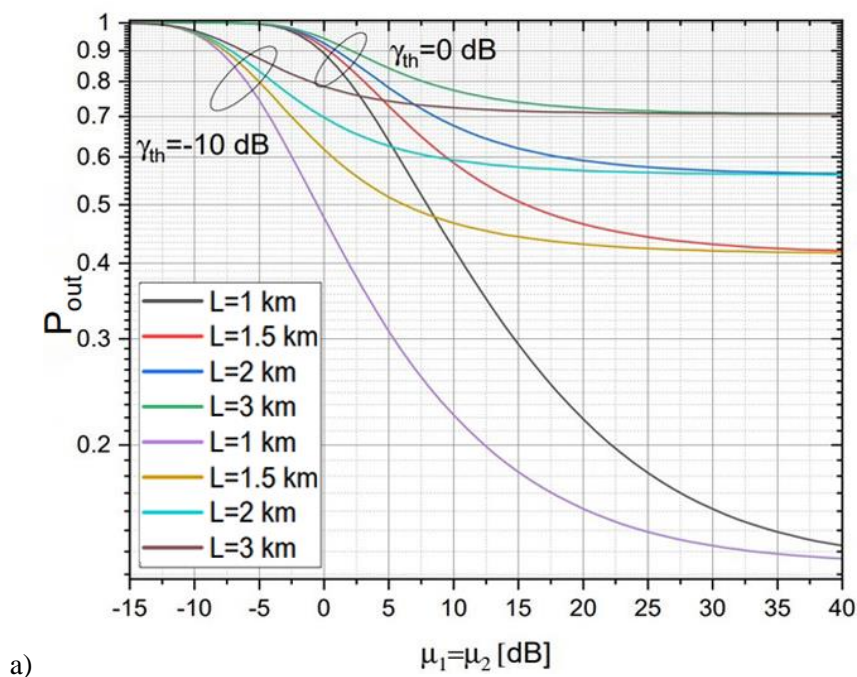




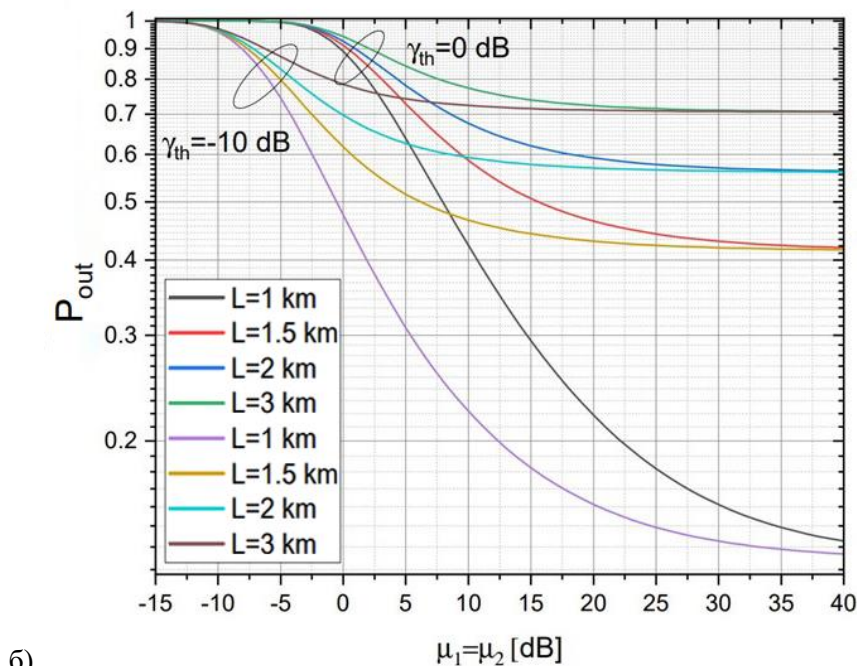
в)

Слика 7.3. Вероватноћа отказа за различите вредности  $K$  фактора при: а) слабој, б) умереној, в) јакој атмосферској турбуленцији.

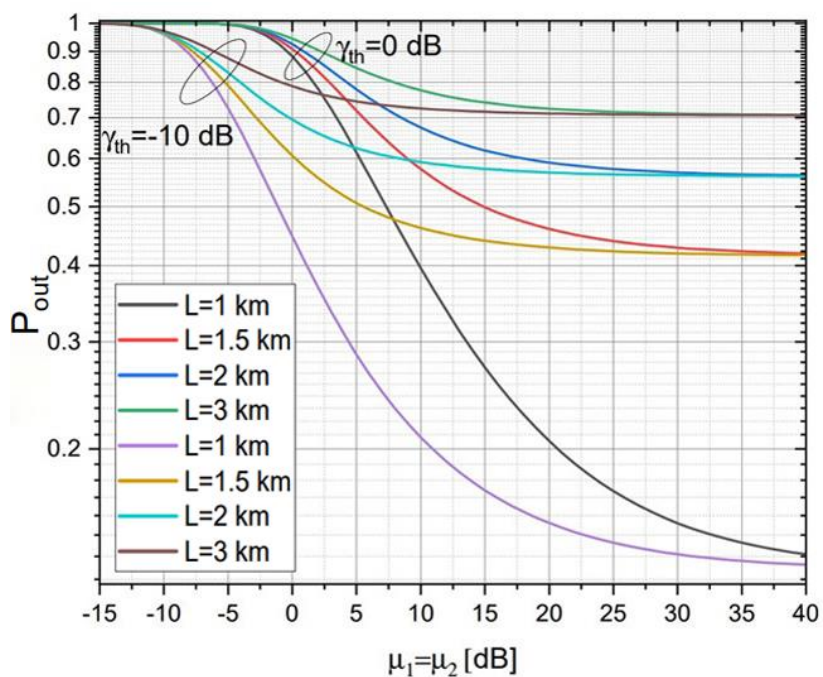
На Слици 7.4 приказан је график промене вероватноће отказа у зависности од електричних SNR-а  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , а за различите вредности дужине FSO линка  $L$  и прага  $\gamma_{th}$  при слабој (Слика 7.4а), умереној (Слика 7.4б) и јакој атмосферској турбуленцији (Слика 7.4в).



а)



б)



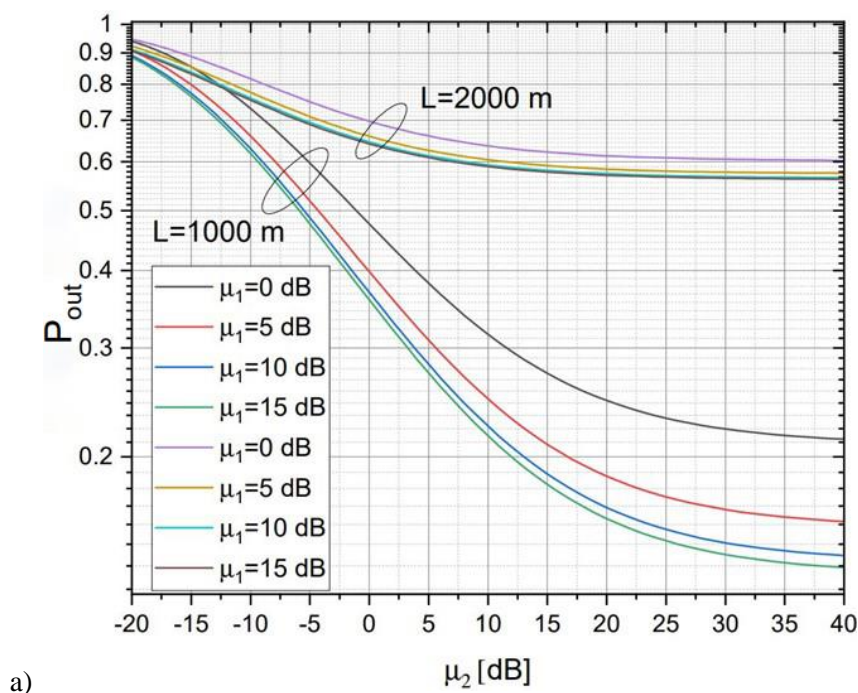
в)

Слика 7.4. Вероватноћа отказа за различите вредности дужине FSO линка  $L$  при: а) слабој, б) умереној, в) јакој атмосферској турбуленцији.

Графици промене вероватноће отказа потврђују да повећање дужине FSO линка доводи до повећање вероватноће отказа, односно до смањења перформанси FSO преносног линка. Може се видети и да дужине FSO линка изнад 2000 m имају мањи експоненцијални пад при порасту електричног SNR-а, односно да повећање електричног SNR-а изнад 15 dB нема никаквог утицаја на повећање перформанси

преносног система. Утицај прага  $\gamma_{th}$  практично не постоји изнад  $\mu_1=\mu_2=20$  dB. За растојања изнад 2000 m добијају се исте вредности вероватноће отказа при различитим вредностима прага  $\gamma_{th}$ .

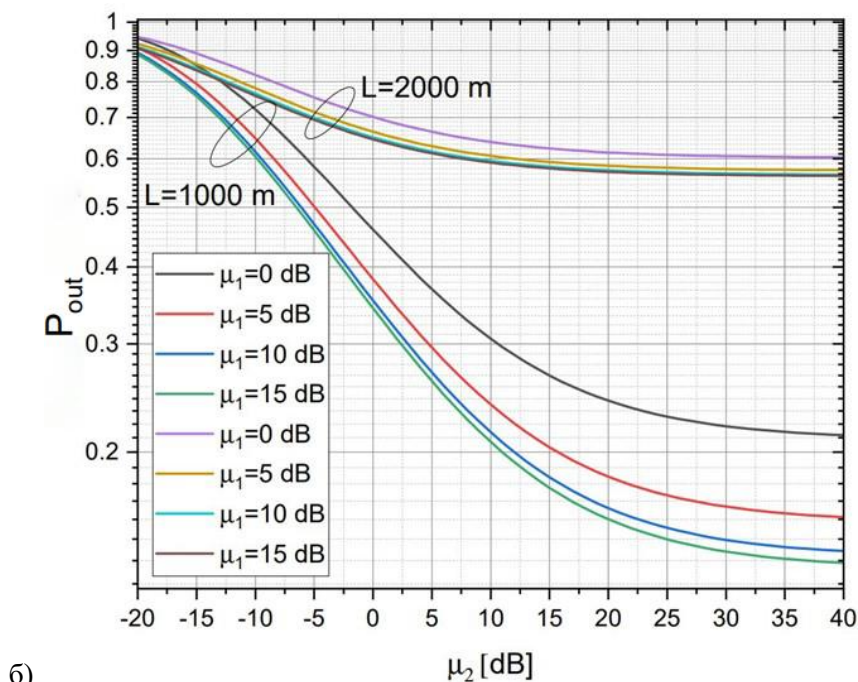
Слика 7.5 показује график промене вероватноће отказа у зависности од електричног SNR-а  $\mu_1$  а за дискретне вредности електричног SNR-а  $\mu_2$  при слабој (Слика 7.5а), умереној (Слика 7.5б) и јакој атмосферској турбуленцији (Слика 7.5в). Са датих слика се може видети да вероватноћа отказа знатно брже опада при нижим вредностима  $\mu_2$  и да за  $\mu_2 > 20$  dB вероватноћа отказа постаје константна. Уколико посматрамо утицај електричног SNR-а  $\mu_1$  можемо видети да се са његовим растом смањује вероватноће отказа и да је смањење израженије за ниже вредности  $\mu_1$ . Промена електричног SNR-а  $\mu_1$  за дужине FSO линка изнад 2000 m је занемарујуће. Као што се могло видети и на претходним сликама да се за више степена турбуленције добијају мање вредности вероватноће отказа, односно долази до смањења перформанси FSO комуникационог система.



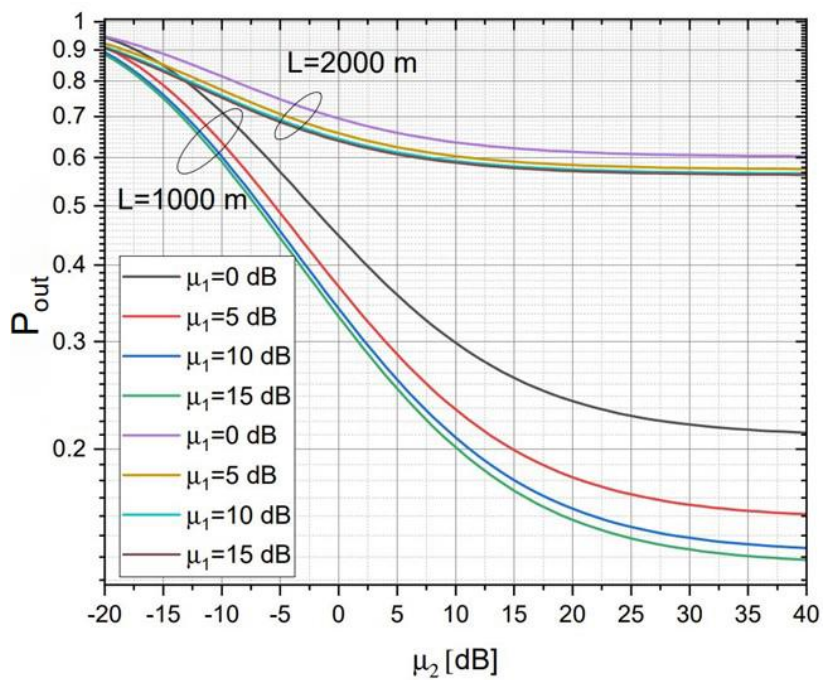
Из добијених резултата може се закључити да са повећањем електричног SNR-а и фединг параметра  $m$  вероватноћа отказа опада и да се добијају боље перформансе система. Вероватноћа отказа се брже смањује за веће вредности параметра  $m$ . Такође, са смањењем нивоа турбуленције, смањује се и вероватноћа отказа.  $K$  фактор утиче на перформансе система тако да се за веће вредности  $K$  фактора добијају веће вредности



вероватноће отказа. Повећање дужине FSO линка доводи до повећања вероватноће отказа, односно до смањења перформанси RF/FSO преносне везе.



б)



в)

Слика 7.5. Вероватноћа отказа за различите вредности SNR-а  $\mu_1$  при: а) слабој, б) умереној, в) јакој атмосферској турбуленцији.

## **8. ЗАКЉУЧАК**

Дизајн поузданих комуникационих мрежа следеће генерације препознат је као главни технички изазов са којим се истраживачи суочавају. Развој нових и ефикасних бежичних технологија за низ преносних веза је од суштинског значаја за изградњу будућих хетерогених комуникационих мрежа како би се подржао широк спектар услуга са различитим обрасцима саобраћаја и како би се задовољили све већи захтеви за већим брзинама преноса података. FSO треба сматрати суштинском компонентом таквих хетерогених мрежа. FSO морају бити укључене у скуп решења за испуњавање захтева великих брзина модерног интернета. Захваљујући својој великој оптичкој ширини опсега, FSO системи се могу користити, у неким апликацијама, као моћна алтернатива, а у другим, као допуна постојећим RF бежичним системима. FSO комуникација је најпрактичнија алтернатива за решавање проблема повезивања уског грла широкопојасних мрежа.

Земаљске FSO везе са брзинама преноса од 10 Gb/s (под претпоставком домета од неколико стотина метара) већ су доступне, а брзине недавних експерименталних FSO система обећавају још више. У циљу даљег померања ограничења FSO система и превазилажења главних техничких изазова (посебно фединга атмосферске турбуленције и штетних временских ефеката), урађена су значајна истраживања како би се добила оптимална решења дизајна физичког слоја FSO система. FSO је заступљен у многим фундаменталним и техничким изазовима како би побољшао своје перформансе у различитим сценаријима. FSO ће бити један од најјединственијих и најмоћнијих алата за решавање проблема повезивања уског грла који су створени у мрежама великих протока током протекле деценије. Следећа генерација комуникационих мрежа помериће границе постојеће инфраструктуре са апликацијама

широког пропусног опсега, као што су видео конференције, стриминг мултимедијског садржаја и преносни уређаји са омогућеном конекцијом.

У овој докторској дисертацији је предложен нови, Гама - Хи-квадрат (Гама - Рајс) модел за описивање FSO канала, који је добијен као производ Гама модела и Хи-квадрат (Рајс) модела.

На основу нумеричких резултата заснованим на израчунатим изразима за ABER у затвореном облику може се закључити да вредности ABER-а опадају са порастом средње снаге сигнала и да се боље перформансе система добијају за мање степене атмосферске турбуленције и за веће вредности  $K$  фактора. BPSK и DPSK модулационе шеме дају приближно исте резултате.

Применом OOK модулације може се видети да повећање средњег електричног SNR-а доводи до смањења ABER-а и промена ABER-а је линеарна и за модел атмосферске турбуленције и за модел грешке позиционирања. Као што се и очекивало, за јачу турбуленцију и ниже вредности  $K$  фактора добијају се веће вредности ABER-а. И за модел атмосферске турбуленције и за модел грешке позиционирања, ABER се значајно брже смањује за веће вредности  $K$  фактора него за оне ниже. Такође, из добијених резултата може се видети да при OOK модулацији ABER опада линеарно како се повећава средња предајна снага. Такође, за веће вредности нормализоване стандардне девијације цитера добијају се веће вредности ABER-а. Погрешно позиционирање предајника и пријемника манифестује се већим вредностима стандардне девијације цитера, што доводи до погоршања перформанси система. Боље перформансе система се добијају за више вредности нормализованог полупречника оптичког снопа.

За систем моделован Гама - Хи-квадрат расподелом у случају PolSK модулационе шеме, вредности ABER-а приближно линеарно опадају са порастом електричног SNR-а.

Код MPPM модулације Гама - Хи-квадрат расподела на дужим FSO деоницама даје приближно константне вредности ABER-а са повећањем предајне оптичке снаге. Разлика у вредностима ABER-а за различите нивое атмосферске турбуленције је израженија на краћим растојањима. FSO систем моделован са Гама - Хи-квадрат расподелом даје боље резултате од Гама - Гама расподеле. Такође, резултати су значајно бољи него код  $K$  расподеле и Негативне експоненцијалне расподеле, док у

поређењу са Логаритамско-Нормалном расподелом Гама - Хи-квадрат даје нижи АВЕР само у случају јаче атмосферске турбуленције и већих растојања везе.

Генерално, у поређењу са вредностима АВЕР-а за системе који користе стандардне моделе расподеле, може се видети да се боље перформансе система добијају моделовањем новоразвијеном Гама - Хи-квадрат расподелом и за све модуларне шеме. Континуална и постепена промена АВЕР-а са променом степена атмосферске турбуленције је заступљена код система моделованих са Гама - Хи-квадрат расподелом, док код осталих расподела ове промене нису тако постепене, па се може закључити да је Гама - Хи-квадрат модел најпогоднији за моделовање FSO система.

Добијени резултати показују да капацитет канала система моделованог Гама - Хи-квадрат расподелом расте са повећањем електричног SNR-а. Такође, капацитет канала расте са смањењем степена турбуленције и са повећањем  $K$  фактора. Дуже дужице FSO линкова дају ниже вредности капацитета канала, с тим што је тај утицај дужине линка знатно израженији код слабијих атмосферских турбуленција него код јачих атмосферских турбуленција. Понашање капацитета канала је идентично за сва три алгоритма - ORA OPRA и TIFR. Међутим, OPRA алгоритам даје боље перформансе капацитета (веће вредности капацитета канала), док TIFR алгоритам даје најниже вредности капацитета канала.

Код OPRA и TIFR алгоритма фигурише параметар ниво отказа где се може видети да повећањем нивоа отказа долази до смањења капацитета канала. Код TIFR алгоритма смањење капацитета је интензивно за ниске вредности нивоа отказа, да би након одређених вредности SNR-а постао константан.

За разлику од ORA и OPRA алгоритма, код TIFR алгоритма утицај дужине линка је знатно израженији код јачих атмосферских турбуленција него код слабијих атмосферских турбуленција.

И код WSN-FSO система где је примењена новоразвијена Гама - Хи-квадрат расподела добијају се слични резултати за АВЕР. Систем има најбоље перформансе у случају слабе атмосферске турбуленције и за краће дужице FSO линка. Утицај дужине FSO линка је израженији са повећањем средње предајне снаге сигнала, док за ниже вредности снаге разлике готово и да нема. Повећање  $K$  фактора побољшава квалитет преноса. При нижим вредностима снаге промене  $K$  фактора не утичу значајно на

пренос, јер АBER има скоро исте вредности. Упоредјујући резултате добијене у овом поглављу са резултатима добијеним за друге FSO моделе расподела, може се закључити да Гама - Хи-квадрат расподела даје боље перформансе система у погледу АBER-а као мере квалитета.

Примена Гама - Хи-квадрат расподеле у хибридном RF/FSO системима такође даје добре резултате. У дисертацији је разматран случај када је RF линк моделован Накагами- $m$  расподелом, FSO линк Гама - Хи-квадрат расподелом.

Резултати показују да са повећањем електричног SNR-а долази до смањења вероватноће отказа и да се боље перформансе система добијају за више вредности фединг параметра  $m$ . Вероватноћа отказа брже опада за више вредности параметра  $m$  и за ниже вредности прага  $\gamma_{th}$ . Такође, са смањењем нивоа турбуленције, смањује се и вероватноћа отказа.  $K$  фактор утиче на перформансе система тако да се за веће вредности  $K$  фактора добијају веће вредности вероватноће отказа. Повећање дужине FSO линка доводи до повећања вероватноће отказа, односно до смањења перформанси RF/FSO преносне везе.

На основу добијених резултата може се предвидети понашање FSO и RF/FSO система за различите вредности параметара система, различите моделе модулационих шема и различите нивое атмосферске турбуленције. Ово омогућава дизајнерима мобилних преносних система да креирају рационална системска решења за жељене перформансе система. Значајна побољшања отварају пут за будућа истраживања у овој области. Резултати представљени у дисертацији могу бити основа за будућа истраживања, као што су истраживања у циљу побољшању перформанси FSO у комуникацији код WSN-а, комуникацији са беспилотним летелицама и хибридном RF/FSO комуникацију (примене техника диверзитета у RF секцији на макро и микро нивоу у циљу повећања перформанси хибридног RF/FSO система).



## ЛИТЕРАТУРА

- [1] K. Prabu, S. Thakkar, *Analysis of FSO Link with Time Diversity over M-Distribution Channel Model with Pointing Errors and GVD Effects*, Optics Communications, Vol. 421, pp. 115-124, 2018.
- [2] I. K. Son, S. Mao, *A Survey of Free Space Optical Networks*, Digital Communications and Networks, Vol. 3, No. 2, pp. 67-77, 2016.
- [3] M. A. Khalighi, M. Uysal, *Survey on Free Space Optical Communication: A Communication Theory Perspectiv*, IEEE Communications Surveys & Tutorials, Vol. 16, No. 4, pp. 2231–2258, 2014.
- [4] M. A. Al-Habash, L. C. Andrews, R. L. Phillips, *Mathematical model for the irradiance probability density function of a laser beam propagating through turbulent media*, Optical Engineering, Vol. 40, No. 8, pp. 1554-1562, 2001.
- [5] I. I. Kim, B. McArthur, E. Korevaar, *Comparison of laser beam propagation at 785 nm and 1550 nm in fog and haze for optical wireless communications*, Proc. SPIE Opt. Wireless Communications, Vol. 4214, pp. 26-37, 2001.
- [6] V. Stamatios, *Next Generation Intelligent Optical Networks - From Access to Backbone*, New York, USA: Springer, 2008.
- [7] A. K. Majumdar, *Advanced Free Space Optics (FSO), A Systems Approach*, ISBN 978-1-4939-0918-6, Springer New York, NY, 2015.
- [8] L. C. Andrews, R. L. Phillips, *Laser beam propagation through random media*, 2nd ed. Bellingham, SPIE Press, USA, 2005
- [9] S. Arnon, J. Barry, G. K. Karagiannidis, R. Schober, M. Uysal, *Advanced Optical Wireless Communication Systems*, Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
- [10] H. Henniger, O. Wilfert, *An Introduction to Free-Space Optical Communications*, Radioengineering, Vol. 19, No. 2, pp. 203-212, 2010.
- [11] O. Hasan, M. Taha, *Optimized FSO System Performance over Atmospheric Turbulence Channels with Pointing Error and Weather Conditions*, Radioengineering, Vol. 25, No. 4, pp. 658-665, 2016.

- [12] K. A. Balaji, K. Prabu, *BER analysis of relay assisted PSK with OFDM ROFSO system over Malaga distribution including pointing errors under various weather conditions*, Optics Communications, Vol. 426, pp. 187–193, 2018.
- [13] H. A. Fadhil, A. Amphawan, H. A. B. Shamsuddin, T. H. Abd, H. M. R. Al-Khafaji, S.A. Aljunid, N. Ahmeda, *Optimization of free space optics parameters: An optimum solution for bad weather conditions*, Optik, Vol. 124, No. 19, pp. 3969–3973, 2013.
- [14] M. B. El Mashade, A. H. Toeima, *Performance Characterization of Spatial Diversity Based Optical Wireless Communication over Atmospheric Turbulence Channels*, Radioelectronics and Communications Systems, Vol. 61, No. 4, pp. 135–152, 2018.
- [15] H. E. Nistazakis, T. A. Tsiftsis, G. S. Tombras, *Performance Analysis of Free-Space Optical Communication Systems over Atmospheric Turbulence Channels*, IET Communications, Vol. 3, No. 8, pp. 1402-1409, 2009.
- [16] M. A. Kashani, M. Uysal, M. Kavehrad, *A novel statistical channel model for turbulence-induced fading in free-space optical systems*, Journal of Lightwave Technology, Vol. 33, No. 11, pp. 2303-2312, 2015.
- [17] A. Jurado-Navas, J. M. Garrido-Balsells, J. F. Paris, A. Puerta-Notario, *A unifying statistical model for atmospheric optical scintillation*, arXiv preprint arXiv:1102.1915, 10.5772/1828(Chapter 8), 2011.
- [18] S. M. Aghajanzadeh, M. Uysal, *Diversity-multiplexing trade-off in coherent free-space optical systems with multiple receivers*, Journal of Optical Communications and Networking, Vol. 2, No. 12, pp. 1087– 1094, 2010
- [19] G. K. Varotsos, H.E. Nistazakis, Ch.K. Volos, G.S. Tombras, *FSO Links with Diversity Pointing Errors and Temporal Broadening of the Pulses over Weak to Strong Atmospheric Turbulence Channels*, Optik - International Journal for Light and Electron Optics, Vol. 127, No. 6, pp. 3402-3409, 2016.
- [20] N. D. Chatzidiamantis, H. G. Sandalidis, G. K. Karagiannidis, S. A. Kotsopoulos, M. Matthaiou, *New results on turbulence modeling for free-space optical systems*, Proceedings of 2010 17th IEEE International Conference on Telecommunications (ICT), Doha, Qatar, pp. 487–492, April 4-7, 2010.
- [21] S. Malik, P. K. Sahu, *Performance Analysis of Free Space Optical Communication System Using Different Modulation Schemes over Weak to Strong Atmospheric Turbulence Channels*, Optical and Wireless Technologies, pp. 387–399, 2019.
- [22] K. P. Peppas, P. T. Mathiopoulos, *Free Space Optical Communication with Spatial Modulation and Coherent Detection over H-K Atmospheric Turbulence Channels*, Journal of Lightwave Technology, Vol. 33, No. 20, pp. 4221-4232, 2015.
- [23] R. de S. C. Bessoni, L. F. S. e Silva, V. G. A. Carneiro, M. T. M. R. Giralidi, *A Comparison of Different Modeling Approximations for a FSO Channel with Radial Displacement*, Proceeding of 2015 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC), Brazil, November 03 - 06, 2015.

- [24] H. G. Sandalidis, T. A. Tsiftsis, G. K. Karagiannidis, *Optical wireless communications with heterodyne detection over turbulence channels with pointing errors*, Journal of Lightwave Technology, Vol. 27, No. 20, pp. 4440-4445, 2009.
- [25] N. Milošević, M. Petković, G. Djordjević, *Average BER of SIM-DPSK FSO system with multiple receivers over M-distributed atmospheric channel with pointing errors*, IEEE Photonics Journal, Vol. 9, No. 4, pp. 1-10, 2017.
- [26] G. T. Djordjević, M. I. Petković, M. Spasić, D. S. Antić, *Outage capacity of FSO link with pointing errors and link blockage*, Optics Express, Vol. 24, No. 1, pp. 219-230, 2016.
- [27] A. A. Farid, S. Hranilović, *Outage capacity optimization for free-space optical links with pointing errors*, Journal of Lightwave Technology, Vol. 25, No. 7, pp. 1702–1710, 2007.
- [28] N. Badar, R. K. Jha, *Performance comparison of various modulation schemes over free space optical (FSO) link employing Gamma–Gamma fading model*, Optical and Quantum Electronics, Vol. 49, No. 5, pp. 192, 2017.
- [29] L. Yang, X. Song, J. Cheng, J. F. Holzman, *Free-Space Optical Communications Over Lognormal Fading Channels Using OOK With Finite Extinction Ratios*, IEEE Access, Vol. 4, pp. 574–584, 2016.
- [30] K. Anbarasi, C. Hemanth, R. G. Sangeetha, *A review on channel models in free space optical communication systems*, Optics & Laser Technology, Vol. 97, pp. 161–171, 2017.
- [31] H. E. Nistazakisa, V. D. Assimakopoulos, G. S. Tombras. *Performance estimation of free space optical links over negative exponential atmospheric turbulence channels*, Optik, Vol. 122, No. 24, pp. 2191-2194, 2011.
- [32] L. Andrews, R. Phillips, *Mathematical genesis of the I-K distribution for random optical fields*, Journal of Optical Society of America A, Vol. 3, No. 11, pp. 1912–1919, 1986.
- [33] E. Jarangal, D. Dhawan, *Comparison of channel models based on Atmospheric turbulences of FSO system- A Review*, International Journal of Research in Electronics and Computer Engineering, Vol. 6, No. 1, pp. 282-286, 2018.
- [34] H. Zhou, W. Xie, L. Zhang, Y. Bai, W. Wei, Y. Dong, *Performance analysis of FSO coherent BPSK systems over Rician turbulence channel with pointing errors*, Optics Express, Vol. 27, No. 19, pp. 27062-27075, 2019.
- [35] J. H. Churnside, S. F. Clifford, *Log-normal Rician probability-density function of optical scintillations in the turbulent atmosphere*, Journal of Optical Society of America A, Vol. 4, No. 10, pp. 1923–1930, 1987.
- [36] A. Md. Mobasher, A. Kazi Tanvir, H. Alamgir, H. Md. Rabiul, *Performance of Free Space Optical Communication Systems Over Exponentiated Weibull Atmospheric Turbulence Channel for PPM and its Derivatives*, Optik - International Journal for Light and Electron Optics, Vol. 127, No. 20, pp. 9647-9657, 2016.

- [37] J. H. Churnside, R. G. Frehlich, *Experimental evaluation of log-normally modulated Rician and IK models of optical scintillation in the atmosphere*, Journal of the Optical Society of America A, Vol. 6, No. 11, pp. 1760–1766, 1989.
- [38] F. Yang, J. Cheng, *Coherent free-space optical communications in Lognormal-Rician Turbulence*, IEEE Communications Letters, Vol. 16, No. 11, pp. 1872–1875, 2012.
- [39] A. Belmonte, J. M. Kahn, *Performance of synchronous optical receivers using atmospheric compensation techniques*, Optics Express, Vol. 16, No. 18, pp. 14151–14162, 2008.
- [40] S. Panić, H. Milošević, B. Prlinčević, *Performance analysis of FSO transmission of double watermarked image over the Double Rician turbulence channel*, Proceedings of First West Asian Colloquium on Optical Wireless Communications (WACOWC), Isfahan, Iran, April 25, 2018.
- [41] S. Panić, H. Milošević, S. Vasić, V. Milenković, *Dynamical characteristics of the FSO transmission capacity in the presence of Rician turbulence*, Proceedings of 2018 International Conference on Information and Communications Technology (ICOIACT), Jogjakarta, Indonesia, March 6-7, 2018.
- [42] B. P. Prlinčević, S. R. Panić, P. C. Spalević, M. A. Mišić, A. Amnisi, V. Stanojević, *On the transmission of double watermarked image over Rician FSO channel*, Elektronika ir Elektrotehnika, Vol. 22, No. 3, pp. 83–88, 2016.
- [43] I. S. Ansari, M. S. Alouini, J. Cheng, *Ergodic capacity analysis of free-space optical links with nonzero boresight pointing errors*, IEEE Transactions on Wireless Communications, Vol. 14, No. 8, pp. 4248–4264, 2015.
- [44] H. G. Sandalidis, T. A. Tsiftsis, G. K. Karagiannidis, M. Uysal, *BER performance of FSO links over strong atmospheric turbulence channels with pointing errors*, IEEE Communications Letters, Vol. 12, No. 1, pp. 44-46, 2008.
- [45] K. Prabu, D. S. Kumar, T. Srinivas, *Performance analysis of FSO links under strong atmospheric turbulence conditions using various modulation schemes*, Optik, Vol. 125, No. 19, pp. 5573-5581, 2014.
- [46] M. Perić, B. Jakšić, D. Aleksić, D. Randjelović, M. Stefanović, *Outage Probability of Macrodiversity Reception in the Presence Fading and Weibull Co-Channel Interference*, Technical Gazette, Vol. 25, No. 2, pp. 376-381, 2018.
- [47] P. Saxena, A. Mathur, M. R. Bhatnagar, *BER performance of an optically pre-amplified FSO system under turbulence and pointing errors with ASE noise*, Journal of Optical Communications and Networking, Vol. 9, No. 6, pp. 498-510, 2017.
- [48] J. Park, E. Lee, C.-B. Chae, G. Yoon, *Outage Probability Analysis of a Coherent FSO Amplify-and-Forward Relaying System*, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 27, No. 11, pp. 1204-1207, 2015.

- [49] Z. Wang, W-D. Zhong, S. Fu, C. Lin, *Performance comparison of different modulation formats over free-space optical (FSO) turbulence links with space diversity reception technique*, IEEE Photonics Journal, Vol. 1, No. 6, pp. 277–285, 2010.
- [50] H. Singh, A. S. Sappal, *Analytic and simulative comparison of turbulent FSO system with different modulation techniques*, Optics & Laser Technology, Vol. 114, pp. 49–59, 2019.
- [51] Sawhil, P. Bhardwaj, *Effect of atmospheric turbulence and pointing error on OOK in free space optics*, International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT), Vol. 59, No. 3, pp. 122-126, 2018.
- [52] P. Wang, B. Yang, L. Guo, T. Shang, *SER performance analysis of MPPM FSO system with three decision thresholds over exponentiated Weibull fading channels*, Optics Communications, Vol. 354, pp. 1–8, 2015.
- [53] H. S. Khallaf, J. M. Garrido-Balsells, H. M. H. Shalaby, S. Sampei, *SER Analysis of MPPM-Coded MIMO-FSO System over Uncorrelated and Correlated Gamma-Gamma Atmospheric Turbulence Channels*, Optics Communications, Vol. 356, pp. 530–535, 2015.
- [54] E. E. Elsayed, B. B. Yousif, *Performance enhancement of the average spectral efficiency using an aperture averaging and spatial-coherence diversity based on the modified-PPM modulation for MISO FSO links*, Optics Communications, Vol. 463, 2020.
- [55] J. Zhang, Z. Li, A. Dang, *Performance of Wireless Optical Communication Systems under Polarization Effects over Atmospheric Turbulence*, Optics Communications, Vol. 416, pp. 207-213, 2018.
- [56] J. Jeyaseelan, D. S. Kumar, B. E. Caroline, *PolSK and ASK Modulation Techniques Based BER Analysis of WDM-FSO System for Under Turbulence Conditions*, Wireless Personal Communications, Vol. 103, No. 4, pp. 3221-3237, 2018.
- [57] H. Zhang, C. Li, C. Hao, *Performance analysis for BPSK, DPSK and OOK-based FSO system in atmospheric turbulence conditions*, International Journal of Simulation - Systems, Science & Technology, Vol. 17, No. 36, pp. 371-376, 2016.
- [58] S. Althunibat, Z. Altarawneh, R. Mesleh, *Performance analysis of free space optical-based wireless sensor networks using corner cube retroreflectors*, Transactions on Emerging Telecommunications Technologies, Vol. 30, No. 12, pp. 1-17, 2019.
- [59] Y. Wu, Y. Hao, H. Liu, L. Zhao, T. Jiang, D. Deng, Z. Wei, *Performance Improvement for Wireless Sensors Networks by Adopting Hybrid Subcarrier Intensity Modulation over Exponentiated Weibull Turbulence Channels*, IEEE Access, Vol 8, pp. 118612-118622, 2020.
- [60] D.-K. Jeong, C.-S. Park, D. Kim, *Statistical Analysis of Noise Propagation Effect for Mixed RF/FSO AF Relaying Application in Wireless Sensor Networks*, Sensors, Vol. 20, No. 4, pp. 1-10, 2020.

- [61] T. Rault, A. Bouabdallah, Y. Challal, *Energy Efficiency in Wireless Sensor Networks: a top-down survey*, Computer Networks, Elsevier, Vol. 67, No. 4, pp.104-122, 2014.
- [62] S. Shammaa, P. Verma, *Interconnection of IEEE 802.15.4 islands through free space optical communication links*, 2011 5th International Conference on Signal Processing and Communication Systems (ICSPCS), Honolulu, HI, USA, December 12-14, 2011.
- [63] F. Nadeem, S. Chessa, E. Leitgeb, S. Zaman, *The Effects of Weather on the Life Time of Wireless Sensor Networks Using FSO/RF Communication*, Radioengineering, Vol. 19, No. 2, pp. 262-270, 2010.
- [64] A. Nayak, *Performance analysis of LT codes and BCH codes in RF and FSO Wireless Sensor Networks*, 2014 International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics (ICACCI), Delhi, India, pp. 87-92, September 24-27, 2014.
- [65] A. Goswami, A. Kumar, *Performance Analysis of Wireless Sensor Networks over  $\alpha$  -  $\mu$ /Gamma,  $\eta$  -  $\mu$ /Gamma and  $k$  -  $\mu$ /Gamma Composite Channels*, 2019 10th International Conference on Computing, Communication and Networking Technologies (ICCCNT), Kanpur, India, July 6-8, 2019.
- [66] A. Sevincer, A. Bhattarai, M. Bilgi, M. Yuksel, N. Pala, *LIGHTNETs: Smart LIGHTing and Mobile Optical Wireless NETworks — A Survey*, IEEE Communications Surveys & Tutorials, Vol. 15, No. 4, pp. 1620–1641, 2013.
- [67] S. Deng, J. Liao, Z. R. Huang, M. Hella, K. Connor, *Wireless connections of sensor network using RF and free space optical links*, Next-Generation Communication and Sensor Networks 2007, Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, Vol. 6773, 2007.
- [68] B. Makki, T. Svensson, K. Buisman, J. Perez, M.-S. Alouini, *Wireless Energy and Information Transmission in FSO and RF-FSO Links*, IEEE Wireless Communications Letters, Vol. 7, No. 1, pp. 90-93, 2018.
- [69] S. A. Khan, S. A. Arshad, *QoS Provisioning Using Hybrid FSO RF Based Hierarchical Model for Wireless Multimedia Sensor Networks*, (IJCSIS) International Journal of Computer Science and Information Security, Vol. 4, No. 1 and 2, 2009.
- [70] F. Nadeem, E. Leitgeb, M. S. Awan, S. Chessa, *Comparing the Life Time of Terrestrial Wireless Sensor Networks by Employing Hybrid FSO/RF and Only RF Access Networks*, IEEE 2009 Fifth International Conference on Wireless and Mobile Communications, Cannes/La Bocca, France, pp. 134–139, August 23-29, 2009.
- [71] H. Manor, S. Arnon, *Performance of an optical wireless communication system as a function of wavelength*, Applied Optics, Vol. 42, No. 21, pp. 4285–4294, 2003.
- [72] S. Bloom, E. Korevaar, J. Schuster, H. Willebrand, *Understanding the performance of free-space optics*, Journal of Optical Networking, Vol. 2, No. 6, pp. 178–200, 2003.
- [73] Z. Xu, B. M. Sadler, *Ultraviolet communications: Potential and state-of-the-art*, IEEE Communications Magazine, Vol. 46, No. 5, pp. 67–73, 2008.

- [74] Ivan B. Djordjevic, *Advanced Optical and Wireless Communications Systems*, Springer Cham, ISBN 978-3-030-98491-5, 2022.
- [75] M. Niu, J. Cheng, J. F. Holzman, *MIMO architecture for coherent optical wireless communication: System design and performance*, IEEE/OSA Journal of Optical Communications and Networking, Vol. 5, No. 5, pp. 411–420, 2013.
- [76] G. Li, *Recent advances in coherent optical communication*, Advances in Optics and Photonics, vol. 1, no. 2, pp. 279–307, Apr. 2009.
- [77] R. M. Gagliardi, S. Karp, *Optical Communications*, John Wiley & Sons, 2nd edition, ISBN: 978-0-471-54287-2, 1995.
- [78] M. Azadeh, *PIN and APD Detectors*. In: *Fiber Optics Engineering. Optical Networks*, Springer, Boston, MA, 2009.
- [79] M. T. Dabiri, S. M. S. Sadough, M. A. Khalighi, *FSO channel estimation for OOK modulation with APD receiver over atmospheric turbulence and pointing errors*, Optics Communications, Vol. 402, pp. 577–584, 2017.
- [80] P. S. Pati, R. K. Giri, B. Patnaik, *Performance improvement in SIM based FSO with APD receiver by using spatial diversity techniques over turbulent channels*, 2017 International Conference on Communication and Signal Processing (ICCSP), 2017.
- [81] P. V. Trinh, N. T. Dang, A. T. Pham, *All-optical AF relaying FSO systems using EDFA combined with OHL over Gamma-Gamma channels*, 2015 IEEE International Conference on Communications (ICC). London, 2015.
- [82] E. Bayaki, D. S. Michalopoulos, R. Schober, *EDFA-Based All-Optical Relaying in Free-Space Optical Systems*, Proceedings of the 73rd IEEE Vehicular Technology Conference, VTC Spring 2011, 15-18 May 2011, Budapest, Hungary, IEEE Transactions on Communications, Vol. 60, No. 12, pp. 1-5, 2011.
- [83] P. Ouyang, J. Ji, M. Liu, K. Wang, M. Xu, Y. Song, *Design and investigation of EDFA-based all-optical relaying FSO-CDMA wiretap channel*, Optical and Quantum Electronics, Vol. 54, No. 444, 2022.
- [84] G. Ritu, S. Preeti, *Performance Analysis of FSO System for Different Fog Conditions*, Proceeding of International Conference on Intelligent Communication, Control and Devices, Advances in Intelligent Systems and Computing, pp. 181-187, 2017.
- [85] Z. Ghassemlooy, W. O. Popoola, S. Rajbhandari, *Optical Wireless Communications: System and Channel Modelling with MATLAB*, CRC Press, Boca Raton, FL, USA, 2013.
- [86] D. Kedar, S. Arnon, *Urban optical wireless communication networks: the main challenges and possible solutions*, IEEE Communications Magazine, Vol. 42, No. 5, pp. 2–7, 2004.
- [87] U. Ketprom, S. Jaruwatanadilok, Y. Kuga, A. Ishimaru, J. A. Ritcey, *Channel modeling for optical wireless communication through dense fog*, Journal of Optical Networking, Vol. 4, No. 6, pp. 291–299, 2005.

- [88] M. Grabner, V. Kvicera, *Multiple scattering in rain and fog on free-space optical links*, IEEE/OSA Journal of Lightwave Technology, Vol. 32, No. 3, pp. 513–520, 2014.
- [89] L. C. Andrews, R. L. Phillips, C. Y. Hopen, M. A. Al-Habash, *Theory of optical scintillation*, Journal of Optical Society of America (JOSA) A, Vol. 16, No. 6, pp. 1417–1429, 1999.
- [90] L. C. Andrews, R. L. Phillips, C. Y. Hopen, *Laser Beam Scintillation with Applications*, Bellingham, SPIE Press, USA, 2001.
- [91] S.M. Aghajanzadeh, M. Uysal, *Multi-Hop Coherent Free-Space Optical Communications over Atmospheric Turbulence Channels*, IEEE Transactions on Communications, Vol. 59, No. 6, pp. 1657-1663, 2011.
- [92] R. Li, A. Dang, *A Novel Coherent OCDMA Scheme over Atmospheric Turbulence Channels*, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 29, No. 5, pp. 427-430, 2017.
- [93] J. Parikh, V. K. Jain, *Study on statistical models of atmospheric channel for FSO communication link*, 2011 Nirma University International Conference on Engineering, Ahmedabad, India, December 2011.
- [94] B. Barua, T. A. Haque, Md. R. Islam, *Error Probability Analysis of Free-Space Optical Links with Different Channel Model under Turbulent Condition*, International Journal of Computer Science & Information Technology (IJCSIT), Vol 4, No 1, pp. 245-258, 2012.
- [95] G. Aarthi, G. R. Reddy, *Average Spectral Efficiency Analysis of FSO Links over Turbulence Channel with Adaptive Transmissions and Aperture Averaging*, Optics Communications, Vol. 410, pp. 896-902, 2018.
- [96] D. Shah, B. Nayak, D. Jethawani, *Study of Different Atmospheric Channel Models*, International Journal of Electronics and Communication Engineering & Technology (IJECEET), Vol. 5, No. 1, pp. 105-112, 2014.
- [97] I.S. Ansari, F. Yilmaz, M.-S. Alouini, *Performance Analysis of Free-Space Optical Links Over Malaga Turbulence Channels with Pointing Errors*, IEEE Transactions on Wireless Communications, Vol. 15, No. 1, pp. 91-102, 2016.
- [98] T. A. Tsiftsis, H. G. Sandalidis, G. K. Karagiannidis., M. Uysal, *Optical wireless links with spatial diversity over strong atmospheric turbulence channels*, IEEE Transactions on Wireless Communications, Vol. 8, No. 2, pp. 951–957, 2009.
- [99] P. S. Bithas, A. G. Kanatas, D. B. Da Costa, P. K. Upadhyay, U. S. Dias, *On the double-generalized Gamma statistics and their application to the performance analysis of V2V communications*, IEEE Transactions on Communications, Vol. 66, No. 1, pp. 448-460, 2017.
- [100] E. Jakeman, P. Pusey, *Significance of K distributions in scattering experiments*, Physical Review Letters, Vol. 40, No. 9, pp. 546–550, 1978.
- [101] H. G. Sandalidis, *Optimization models for misalignment fading mitigation in optical wireless links*, IEEE Communications Letters, Vol. 12, No. 5, pp. 395–397, 2008.



- [102] K.A. Balaji, K. Prabu, *Performance Evaluation of FSO System Using Wavelength and Time Diversity over Malaga Turbulence Channel with Pointing Errors*, Optics Communications, Vol. 410, pp. 643-651, 2018.
- [103] A. A. Farid, S. Hranilovic, *Outage capacity for MISO intensity modulated free-space optical links with misalignment*, IEEE/OSA Journal of Optical Communications and Networking, Vol. 3, No. 10, pp. 780–789, 2011.
- [104] F. Yang, J. Cheng, T. A. Tsiftsis, *Free-space optical communication with nonzero boresight pointing errors*, IEEE Transactions on Communications, Vol. 62, No. 2, pp. 713–725, 2014.
- [105] M. Smilić, Z. Perić, D. Milić, A. Marković, M. Savić, *Influence of zero and non-zero boresight pointing errors on bit-error rate free-space optic transmission over Málaga atmospheric channel*, Optica Applicata, Vol. 48, No. 2, pp. 179–189, 2018.
- [106] M. Petković, M. Stefanović, A. Cvetković, D. Krstić, I. Mitić, Č. Stefanović, *Outage probability analysis of system with dual selection combining over correlated Weibull fading channel in the presence of  $\alpha$ - $\mu$  co-channel interference*, Przeglad Elektrotechniczny, NR 8/2013, pp. 126–129, 2013.
- [107] H. G. Sandalidis, T. A., Tsiftsis, *Outage probability and ergodic capacity of free-space optical links over strong turbulence*, Electronics Letters, Vol. 44, No. 1, pp. 46–47, 2008.
- [108] W. Gappmair, *Further results on the capacity of free-space optical channels in turbulent atmosphere*, IET Communications, Vol. 5, No. 9, pp. 1262–1267, 2011.
- [109] H. E. Nistazakis, E. A. Karagianni, A. D. Tsigopoulos, M. E. Fafalios, G. S. Tombras, *Average capacity of optical wireless communication systems over atmospheric turbulence channels*, Journal of Lightwave Technology, Vol. 27, No. 8, pp. 974–979, 2009.
- [110] M. Stefanović, J. Anastasov, S. Panić, P. Spalević, Č. Dolićanin, *Channel capacity analysis under various adaptation policies and diversity techniques over fading channels*, Wireless Communications and Networks, InTech, pp. 281–302, 2012.
- [111] R. Mohamed, M. H. Ismail, F. Newagy, H. M. Mourad, *Closed-form Capacity Expressions for the  $\alpha$ - $\mu$  Fading Channel with SC Diversity under Different Adaptive Transmission Strategies*, Frequenz, Vol. 67, No. 3, pp. 127–137, 2013.
- [112] M. Z. Hassan, M. J. Hossain, J. Cheng, *Ergodic capacity comparison of optical wireless communications using adaptive transmissions*, Opt. Express, Vol. 21, No. 17, pp. 20346–20362, 2013.
- [113] B. Barua, *Comparison the Performance of Free-Space Optical Communication with OOK and BPSK Modulation under Atmospheric Turbulence*, International Journal of Engineering Science, Vol. 3, No. 5, pp. 4391-4398, 2011.

- [114] G. Wang, Q. Liu, R. He, F. Gao, C. Tellambura, *Acquisition of Channel State Information in Heterogeneous Cloud Radio Access Networks: Challenges and Research Directions*, IEEE Wireless Communications, Vol. 22, No. 3, pp. 100-107, 2015.
- [115] Dj. Bandjur, B. Jaksic, S. Panic, M. Bandjur, A. Matovic, E. Mekic, *Transmission Over Kappa-Mu Fading Channels with Gamma Distributed Random Line-Of-Sight Components*, Rev. Roum. Sci. Techn.– Électrotechn. et Énerg., Vol. 62, No. 2, pp. 179–184, 2017.
- [116] Y. Ata, Y. Baykal, M. C. Gökçe, *Error performance of optical wireless communication systems exercising BPSK subcarrier intensity modulation in non-Kolmogorov turbulent atmosphere*, Optics Communications, Vol. 436, pp. 108–112, 2019.
- [117] K. Prabu, S. Cheepalli, D.S. Kumar, *Analysis of PolSK Based FSO System Using Wavelength and Time Diversity over Strong Atmospheric Turbulence with Pointing Errors*, Optics Communications, Vol. 324, pp. 318-323, 2014.
- [118] K. Prabu, D.S. Kumar, *Polarization Shift Keying Based Relay-Assisted Free Space Optical Communication over Strong Turbulence with Misalignment*, Optics & Laser Technology, Vol. 76, pp. 58–63, 2016.
- [119] F. Bai, Y. Su, T. Sato, *Performance Analysis of Heterodyne-Detected OCDMA Systems Using PolSK Modulation over a Free-Space Optical Turbulence Channel*, Electronics, Vol. 4, No. 4, pp. 785-798, 2015.
- [120] Y. Su, T. Sato, *Analysis of CPolSK-Based FSO System Working in Space-to-Ground Channel*, Optics Communications, Vol. 410, pp. 660-667, 2018.
- [121] H.S. Khallaf, H.M.H., Shalaby, J.M., Garrido-Balsells, S., Sampei, *Performance analysis of a hybrid QAM-MPPM technique over turbulence-free and Gamma–Gamma free-space optical channels*, Journal of Optical Communications and Networking, Vol. 9, No. 2, pp. 161-171, 2017.
- [122] J. Todorović, B. Jakšić, P. Spalević, M. Petrović, A. Tošković, *Srednja verovatnoća greške po bitu pri prenosu modulisanog signala u FSO sistemu*, Zbornik radova 63. Konferencije za elektroniku, telekomunikacije, računarstvo, automatiku i nuklearnu tehniku - ETRAN, Srebrno jezero, Srbija, pp. 1036-1040. ISBN: 978-86-80509-67-9, 3-6 jun 2019.
- [123] I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, 7th ed. Elsevier Academic Press, USA, 2007.
- [124] A. P. Prudnikov, Y. A. Brychkov, O. I. Marichev, *Integral and Series*, 2nd ed. Fizmatlit, Moscow, Russia, 2003.
- [125] The Wolfram Functions Site: MeijerG functions. Доступно на интернету: <http://functions.wolfram.com/PDF/MeijerG.pdf>.
- [126] The Wolfram Functions Site: Erfc functions. Доступно на интернету: <http://functions.wolfram.com/PDF/Erfc.pdf>.

- [127] J. Todorović, B. Jakšić, P. Spalević, Đ. Bandur, S. Panić, *Average Bit Error Rate at Signal Transmission with OOK Modulation Scheme in Different FSO Channels*, Tehnički vjesnik - Technical gazette, Vol. 28, No. 3, pp. 725-732, ISSN 1330-3651 (Print), ISSN 1848-6339 (Online), 2021.
- [128] J. Todorović, B. Jakšić, P. Spalević, Đ. Bandur, M. Bandur, *Analysis of Signal Quality in FSO Systems with PolSK Modulation*, Serbian Journal of Electrical Engineering, Vol. 17, No. 2, pp. 171-186, ISSN 1451-4869, 2020.
- [129] J. Todorovic, P. Spalevic, S. Panic, M. H. Abdullah, I. Pantelic, *Performance analysis of MPPM FSO transmission over Gamma-Chi-square strong atmospheric turbulence*, Optica Applicata, Vol. 53, No. 1, pp. 111-126, ISSN 0078-5466 (Print), ISSN 1899-7015 (Online), 2023.
- [130] Optisystem. Интернет страница: <https://optiwave.com/optisystem-overview>.
- [131] S. Burdah, R. Alamtaha, O. N. Samijayani, S. Rahmatia, A. Syahriar, *Performance Analysis of Q Factor Optical Communication in Free Space Optics and Single Mode Fiber*, Universal Journal of Electrical and Electronic Engineering, Vol. 6, No. 3, pp. 167-175, 2019.
- [132] L. C. Yang, C. C. Huang, *Performance analysis of fiber optical wide area network using SDM/WDM router*, Optik, Vol. 124, No. 14, pp. 1700-1704, 2013.
- [133] J. Singh, N. Kumar, *Performance analysis of different modulation format on free space optical communication system*, Optik, Vol. 124, No. 20, pp. 4651-4654, 2013.
- [134] S. N. Zainurin, I. Ismail, U. S. Saulaiman, W. Z. W. Ismail, F. H. Mustafa, M. Sahrim, J. Jamaluddin, S. R. Balakrishnan, *A Study on Malaysia Atmospheric Effect on Radio over Free Space Optic through Radio Frequency Signal and Light Propagation in Fiber for Future Communication Development*, Proceeding of the 2nd International Conference on Applied Photonics and Electronics 2019 (InCAPE 2019), 2019.
- [135] J. Todorović, B. Jakšić, P. Spalević, M. H. Abdullah, A. M. Salih, *Simulation of Fso System Operation in Different Atmospheric Conditions*, Proceedings of the International Scientific Conference on Information Technology and Data Related Research - Synthesis 2020, Belgrade, Serbia, pp. 193-198, October 17, 2020.
- [136] M. Grover, P. Singh, P. Kaur, *Performance Analysis of Multibeam WDM-FSO System in Clear and Hazy Weather Conditions*, Proceeding of International Conference on Intelligent Communication, Control and Devices, pp. 189-195, 2017.
- [137] S. Parkash, A. Sharma, H. Singh, H. P. Singh, *Performance Investigation of 40 GB/s DWDM over Free Space Optical Communication System Using RZ Modulation Format*, Advances in Optical Technologies, Vol. 2016, No. 2, pp. 1-8, 2016.
- [138] V. Sharma, M. Lumba, G. Kaur, *Severe climate sway in coherent CDMA-OSSB-FSO transmission system*, Optik- International Journal for Light and Electron Optics, Vol. 125, No. 19, pp. 5705–5707, 2014.

- [139] S. Ilić, B. Jakšić, M. Petrović, A. Marković, V. Elčić, *Analysis of Video Signal Transmission Through DWDM Network Based on a Quality Check Algorithm*, ETASR - Engineering, Technology & Applied Science Research, Vol. 3, No. 2, pp. 416-423, 2013.
- [140] X.-H. Huang, C.-Y. Li, H.-H. Lu, C.-W. Su, Y.-R. Wu, Z.-H. Wang, Y.-N. Chen, *WDM Free-Space Optical Communication System of High-Speed Hybrid Signals*, IEEE Photonics Journal, Vol. 10, No. 6, pp. 1943-0655, 2018.
- [141] J. Todorović, B. Jakšić, P. Spalević, M. Alsadi, A. M. Salih, *Simulation of the 32-Channel WDM-FSO System in Different Atmospheric Phenomena*, Proceedings of the International Scientific Conference “UNITECH 2020”, Gabrovo, Bulgaria, 20-21 November 2020, ISSN: 2603-378X, Vol. 2, pp. 248-252, 2020.
- [142] J. Todorović, P. Spalević, S. Panić, B. Milosavljević, M. Gligorijević, *FSO system performance analysis based on novel Gamma – Chi-square irradiance PDF model*, Optica Applicata, Vol. 51, No. 3, pp. 335-348, ISSN 0078-5466 (Print), ISSN 1899-7015 (Online), 2021.
- [143] G.L. Stüber, *Principles of Mobile Communication*, 2nd Edition, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [144] The Wolfram Functions Site: Log2 functions. Доступно на интернету: <http://functions.wolfram.com/PDF/Log2.pdf>.
- [145] S. Teramoto, T. Ohtsuki, *Optical wireless sensor network system using corner cube retroreflectors (CCRs)*, Proceedings of the IEEE Global Telecommunications Conference - GLOBECOM'04, Dallas, USA, November 29 - December 3, 2004, pp. 1035–1039, 2004.
- [146] Y. Ziwei, M. Amrit, Y. Lixia, R. Sidheswar, G. Palai, *Energy-efficient node positioning in optical wireless sensor networks*, Optik, Vol. 178, pp. 461–466, 2018.
- [147] R. Babic, *Signal Analysis*, Akademska Misao, Beograd, Srbija, 2000.
- [148] O. S. Badarneh, R. Derbas, F. S. Almeahmadi, F. El Bouanani, S. Muhaidat, *Performance Analysis of FSO Communications Over F Turbulence Channels with Pointing Errors*, IEEE Communications Letters, Vol. 25, pp. 926–930, 2021.
- [149] A.R. Ndjiongue, T. Ngatched, O. Dobre, A.G. Armada, H. Haas, *Analysis of RIS-Based Terrestrial-FSO Link over G-G Turbulence with Distance and Jitter Ratios*, Journal of Lightwave Technology, Vol. 39, pp. 6746–6758, 2021.
- [150] J. Won, Y. Oh, J. Park, J. Y. Park, M.-S. Jo, D. Kim, *Development and characterization of piezoelectrically actuated corner cube retroreflectors for applications in free-space optical sensor network*, Applied Optics, Vol. 51, pp. 2315-2321, 2012.
- [151] G. Yang, S. You, M. Bi, B. Fan, Y. Lu, X. Zhou, J. Li, H. Geng, T. Wang, *Wave-optics simulation of the double-pass beam propagation in modulating retro-reflector FSO systems using a corner cube reflector*, Applied Optics, Vol. 56, pp. 7474-7483, 2017.

- [152] X. Zhang, C. Tepedelenlioğlu, M. K. Banavar, A. Spanias, G. Muniraju, *Location estimation and detection in wireless sensor networks in the presence of fading*, Physical Communication, Vol. 32, pp. 62-74, 2019.
- [153] J. Huang, Z. Li, *Infrared-based Short-Distance FSO Sensor Network System*, International Journal of Online and Biomedical Engineering (iJOE), Vol. 14, pp. 43–56, 2018.
- [154] L. Kumar, V. Sharma, A. Singh, *Cluster-based single-sink wireless sensor networks and passive optical network converged network incorporating sideband modulation schemes*, Optical Engineering, Vol. 57, No. 2, 2018.
- [155] J. Liang, Z. Xu, Y. Xu, W. Zhou, C. Li, *Adaptive cooperative routing transmission for energy heterogeneous wireless sensor networks*, Physical Communication, Vol. 49, 2021.
- [156] H. Yu, Y. B. Zikria, *Cognitive Radio Networks for Internet of Things and Wireless Sensor Networks*, Sensors, Vol. 20, 2020.
- [157] S. Sivathasan, D. O'Brien, *Hybrid Radio and Optical Communications for Energy-efficient Wireless Sensor Networks*, IETE Journal of Research, Vol. 57, No. 5, pp. 396–406, 2014.
- [158] M.-A. Ploix, P. Kauffmann, J.-F. Chaix, I. Lillamand, F. Baqué, G. Corneloup, *Acoustical properties of an immersed Corner-Cube Retroreflector alone and behind screen for ultrasonic telemetry applications*, Ultrasonics, Vol. 106, 2020.
- [159] M. W. Khalid, R. Ahmed, A. K. Yetisen, H. Butt, *Flexible corner cube retroreflector array for temperature and strain sensing*, RSC Advances, Vol. 14, pp. 7588–7598, 2018.
- [160] J. W. Lewellen, J. R. Harris, *Performance estimates for a multicube retroreflector design*, Optics Communications, Vol. 441, pp. 26–32, 2019.
- [161] E. Rosenkrantz, S. Arnon, *1550 nm modulating retroreflector based on coated nanoparticles for free-space optical communication*, Applied Optics, Vol. 54, No. 17, pp. 5309–5313, 2015.
- [162] J. Todorović, B. Jakšić, P. Spalević, M. Dobrojević, I. Milovanović, *Performance analysis of WSN–FSO system modeled by Gamma–Chi-square channel distribution*, Proceedings of the Estonian Academy of Sciences, Vol. 72, No. 1, pp. 30–40, ISSN 1736-6046 (Print), ISSN 1736-7530 (Electronic), 2023.
- [163] A. A. Kilbas, M. Saigo, *H-Transforms Theory and Applications*, Chapman & Hall / CRC Press, USA, 2004.
- [164] H. Chergui, M., Benjillali, M.-S. Alouini, *Technical Report: Rician K-Factor-Based Analysis of XLOS Service Probability in 5G Outdoor Ultra-Dense Networks*, Cornell University, New York, USA, 2018.
- [165] C. A. Coelho, B. C. Arnold, *Finite Form Representations for Meijer G and Fox H Functions: Applied to Multivariate Likelihood Ratio Tests Using Mathematica*, Springer, Berlin, Germany, 2019.

- [166] S. K. Al-Omari, *Extension of generalized Fox's H-function operator to certain set of generalized integrable functions*, Advances in Continuous and Discrete Models, 448, 2020.
- [167] B. Jakšić, J. Todorović, Đ. Bandur, B. Gvozdić, M. Bandur, *Outage Performance of Macrodiversity Reception in the Presence Rayleigh Short-Term Fading and Co-channel Interference*, Acta Polytechnica Hungarica, Vol. 18, No. 7, pp. 171-186, 2021.
- [168] M. A. Amirabadi, V. T. Vakili, *On the performance of a novel multi-hop relay-assisted hybrid FSO/RF communication system with receive diversity*, Optik, Vol. 226, No. 2, 2020.
- [169] S. A. H. Mohsan, M. A. Khan, H. Amjad, *Hybrid FSO/RF networks: A review of practical constraints, applications and challenges*, Optical Switching and Networking, Vol. 47, 2023.
- [170] N. Vishwakarma, R. Swaminathan, *Performance analysis of hybrid FSO/RF communication over generalized fading models*, Optics Communications, Vol. 487, pp. 1-18, 2021.
- [171] A. Upadhyaya, M. Meenalakshmi, S. Chaturvedi, V. K. Dwivedi, *Full duplex mixed FSO/RF relaying systems with self-interference and outdated CSI*, Optical and Quantum Electronics, Vol. 55, No. 3, 2023.
- [172] S. Ghatwal, H. Saini, *Correction to, Investigations on challenges faced by hybrid FSO/RF high-speed networks*, Journal of Optics, Vol. 52, pp. 935-936, 2022.
- [173] H. A. Siddig, A. M. Salhab, S. A. Zummo, *Performance Analysis and Optimization of Multiuser Mixed FSO/RF Cognitive Radio DF Relay Network*, Arabian Journal for Science and Engineering, Vol. 47, pp. 3649-3657, 2022.
- [174] G. Alnwaimi, H. Boujemaa, *Hybrid RF/FSO communications through Reconfigurable Intelligent Surfaces in the presence of pointing errors*, Telecommunication Systems, Vol. 78, pp. 155-162, 2021.
- [175] I. S. Ansari, F. Yilmaz, M.-S. Alouini, *Impact of pointing errors on the performance of mixed RF/FSO dual-hop transmission systems*, IEEE Wireless Communications Letters, Vol. 2, No. 3, pp. 351-354, 2013.
- [176] S. Panic, M. Stefanovic, J. Anastasov, P. Spalevic, *Fading and Interference Mitigation in Wireless Communications*, CRC Press, USA, 2013.
- [177] M. K. Simon, M.-S. Alouini, *Digital Communication over Fading Channels*, 2nd Edition, Wiley-IEEE Press, USA, 2004.
- [178] N. C. Beaulieu C. Cheng, *Efficient Nakagami-m fading channel Simulation*, IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 54, No. 2, pp. 413-424, 2005.
- [179] J. Zhao, S-H. Zhao, W-H. Zhao, Y. Liu, X. Li, *Performance of mixed RF/FSO systems in exponentiated Weibull*, Optics Communications, Vol. 405, pp. 244-252, 2017.

- [180] E. Lee, J. Park, D. Han, G. Yoon, *Performance Analysis of the Asymmetric Dual-Hop Relay Transmission with Mixed RF/FSO Links*, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 23, No. 21, pp. 1642-1644, 2011.
- [181] A. Tahami, A. Dargahi, K. Abedi, A. Chaman-Motlagh, *A new relay-based architecture in hybrid RF/FSO system*, Physical Communication, Vol. 36, pp. 1-9, 2019.
- [182] M. I. Petkovic, A. M. Cvetkovic, G. T. Djordjevic, G. K. Karagiannidis, *Outage Performance of the Mixed RF/FSO Relaying Channel in the Presence of Interference*, Wireless Personal Communications, Vol. 96, No. 2, pp. 2999-3014, 2017.
- [183] Z. Wang, W. Shi, W. Liu, Y. Zhao, K. Kang, *Performance analysis of full duplex relay assisted mixed RF/FSO system*, Optics Communications, Vol. 474, pp. 1-7, 2020.
- [184] H. Ran, J. Zhang, G. Pan, Y. Xie, *Outage probability of wireless-powered multi-relaying MIMO FSO-RF systems*, Optics Communications, Vol. 498, pp. 1-9, 2021.
- [185] H. Liang, C. Gao, Y. Li, M. Miao, X. Li, *Performance analysis of mixed MISO RF/SIMO FSO relaying systems*, Optics Communications, Vol. 478, pp. 1-9, 2020.
- [186] K. O. Odeyemi, P. A. Owolawi, O. O. Olakanmi, *Secrecy performance of cognitive underlay hybrid RF/FSO system under pointing errors and link blockage impairments*, Optical and Quantum Electronics, Vol. 52, No. 3, pp. 1-16, 2020.
- [187] D. R. Pattanayak, V. K. Dwivedi, V. Karwal, *On the physical layer security of hybrid RF-FSO system in presence of multiple eavesdroppers and receiver diversity*, Optics Communications, Vol. 477, pp. 1-24, 2020.
- [188] Z. Wang, W. Shi, W. Liu, *Performance analysis of mixed RF/FSO system with spatial diversity*, Optics Communications, Vol. 443, pp. 230-237, 2019.
- [189] A. Goel, R. Bhatia, *On the performance of mixed user diversity-RF/spatial diversity-FSO cooperative relaying AF systems*, Optics Communications, Vol. 477, pp. 1-7, 2020.

## СПИСАК СКРАЋЕНИЦА

ABER	Average Bit Error Rate
APD	Avalanche Photodiode
BPSK	Binary Phase Shift Keying
CDF	Cumulative Density Function
CC	Channel Capacity
CCR	Corner Cube Retroreflector
CIFR	Channel Inversion with Fixed Rate
CSI	Channel State Information
CW	Continuous-wave
DFB	Distributed Feedback
DPSK	Differential Phase Shift Keying
EDFA	Erbium-Doped Fiber Amplifier
FSK	Frequency Shift Keying
FSO	Free Space Optics
IM/DD	Intensity Modulation/Direct Detection
LED	Light Emitting Diode
LOS	Line-of-Sight
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output
MISO	Multiple-Input Single-Output
MPPM	Multi-Pulse Pulse-Position
NRZ	Non-Return-to-Zero
OOK	On-Off Keying
OP	Outage Probability



OPRA	Optimum Power and Rate Adaptio
ORA	Optimum Rate Adaption with Constant Power
PDF	Probability Density Function
PolSK	Polarization Shift Keying
PPM	Pulse Position Modulation
PRBS	Pseudo-Random Bit Sequence
RF	Radio Frequency
RZ	Return-to-Zero
SDD	Solid-State Devices
SIMO	Single-Input Multiple-Output
SNR	Signal to Noise Ratio
SOP	States of Polarizations
TIFR	Truncated Channel Inversion with Fixed Rat
UHDTV	Ultra High-Definition Television
VCSEL	Vertical Cavity Surface-Emitting Lasers
WDM	Wavelength Division Multiplexing
WSN	Wireless Sensor Networks

## СПИСАК СЛИКА

Слика 2.1. Блок дијаграм модела FSO система .....	10
Слика 2.2. Блок дијаграм FSO предајника .....	11
Слика 2.3. Блок дијаграм кохерентног FSO пријемника .....	13
Слика 2.4. Блок дијаграм IM/DD FSO пријемника .....	13
Слика 3.1. ABER за Гама-Гама модел канала при DPSK модулацији .....	42
Слика 3.2. ABER за Гама-Гама модел канала при BPSK модулацији .....	43
Слика 3.3. Поређење ABER-а за Гама-Гама модел канала при DPSK и BPSK модулацији ....	44
Слика 3.4. ABER за Гама-Гама модел канала при OOK модулацији .....	46
Слика 3.5. ABER за Логаритамско-нормални модел канала при OOK модулацији .....	48
Слика 3.6. ABER за K модел канала при OOK модулацији .....	50
Слика 3.7. ABER за I-K модел канала при OOK модулацији .....	54
Слика 3.8. Поређење ABER-а за различите моделе канала при OOK модулацији и јакој турбуленцији .....	54
Слика 3.9. Поређење ABER-а за различите моделе канала при OOK модулацији и умереној турбуленцији .....	55
Слика 3.10. Поређење ABER-а за различите моделе канала при OOK модулацији и слабој турбуленцији .....	56
Слика 3.11. ABER за Гама-Гама модел канала у зависности од SNR-а при PolSK модулацији .....	58
Слика 3.12. ABER за Гама-Гама модел канала у зависности од дужине линка $L$ при PolSK модулацији .....	59
Слика 3.13. ABER за Негативни експоненцијални модел канала при PolSK модулацији .....	60
Слика 3.14. ABER за K модел канала у зависности од SNR-а при PolSK модулацији .....	61
Слика 3.15. ABER за K модел канала у зависности од дужине линка $L$ при PolSK модулацији .....	62
Слика 3.16. ABER за I-K модел канала у зависности од SNR-а при PolSK модулацији .....	64
Слика 3.17. ABER за I-K модел канала у зависности од дужине линка $L$ при PolSK модулацији .....	64

<b>Слика 3.18.</b> АВЕР за Гама-Гама модел канала у зависности од средње предајне оптичке снаге при МРРМ модулацији .....	68
<b>Слика 3.19.</b> АВЕР за Гама-Гама модел канала у зависности од јачине атмосферске турбуленције при МРРМ модулацији .....	69
<b>Слика 3.20.</b> АВЕР за К модел канала у зависности од средње предајне оптичке снаге при МРРМ модулацији .....	71
<b>Слика 3.21.</b> АВЕР за К модел канала у зависности од јачине атмосферске турбуленције при МРРМ модулацији .....	72
<b>Слика 3.22.</b> АВЕР за Негативни експоненцијални модел канала у зависности од средње предајне оптичке снаге при МРРМ модулацији .....	74
<b>Слика 3.23.</b> АВЕР за Логаритамско-нормални модел канала у зависности од средње предајне оптичке снаге при МРРМ модулацији .....	77
<b>Слика 3.24.</b> АВЕР за Логаритамско-нормални модел канала у зависности од јачине атмосферске турбуленције при МРРМ модулацији .....	77
<b>Слика 3.25.</b> $Q$ фактор при RZ ООК модулацији .....	80
<b>Слика 3.26.</b> $Q$ фактор при NRZ ООК модулацији .....	80
<b>Слика 3.27.</b> BER дијаграми ока за слабљења изазвана у случају ведрог времена за дужине линка $L=2000$ m: а) RZ ООК, б) NRZ ООК .....	81
<b>Слика 3.28.</b> BER дијаграми ока за слабљења изазвана јаком измаглицом за дужине линка $L=2000$ m: а) RZ ООК, б) NRZ ООК .....	81
<b>Слика 3.29.</b> BER дијаграми ока за слабљења изазвана умереном кишом за дужине линка $L=2000$ m: а) RZ ООК, б) NRZ ООК .....	81
<b>Слика 3.30.</b> Блок дијаграм симулираног модела FSO система .....	82
<b>Слика 3.31.</b> $Q$ фактор при таласној дужини $\lambda=850$ nm .....	83
<b>Слика 3.32.</b> $Q$ фактор при таласној дужини $\lambda=1315$ nm .....	84
<b>Слика 3.33.</b> $Q$ фактор при таласној дужини $\lambda=1550$ nm .....	84
<b>Слика 3.34.</b> Дијаграм ока примљеног сигнала за дужину линка $L=1000$ m и слабљење изазвано: а) умереном кишом, б) умереном маглом .....	85
<b>Слика 3.35.</b> Дијаграм ока примљеног сигнала за дужину линка $L=2000$ m и слабљење изазвано: а) умереном кишом, б) умереном маглом .....	85
<b>Слика 3.36.</b> Спектар сигнала: а) пре преноса, б) након преноса на удаљености $L=1000$ m у слабој измаглици, в) након преноса на удаљености $L=1000$ m у слабој магли .....	86
<b>Слика 3.37.</b> Спектар сигнала: а) пре преноса, б) након преноса на удаљености $L=2000$ m у слабој измаглици, в) након преноса на удаљености $L=2000$ m у слабој магли .....	86
<b>Слика 3.38.</b> Шема симулираног WDM-FSO система .....	87
<b>Слика 3.39.</b> Вредности параметара симулираног WDM-FSO канала .....	88
<b>Слика 3.40.</b> Поређење $Q$ фактора за различите дужине FSO линка .....	89

<b>Слика 3.41.</b> $Q$ фактор примљеног сигнала за дужине FSO линка $L=1000$ m и слабљење узроковано: а) ведрим временом, б) јаком кишом/слабом маглом .....	89
<b>Слика 3.42.</b> $Q$ фактор примљеног сигнала за дужине FSO линка $L=2000$ m и слабљење узроковано: а) ведрим временом, б) јаком кишом/слабом маглом .....	90
<b>Слика 3.43.</b> Дијаграм ока примљеног сигнала за дужине FSO линка $L=1000$ m и слабљење узроковано: а) ведрим временом, б) јаком кишом/слабом маглом а .....	91
<b>Слика 3.44.</b> Дијаграм ока примљеног сигнала за дужине FSO линка $L=2000$ m и слабљење узроковано: а) ведрим временом, б) јаком кишом/слабом маглом .....	91
<b>Слика 4.1.</b> PDF за Гама - Хи-квадрат модел канала при јакој и слабој атмосферској турбуленцији .....	94
<b>Слика 5.1.</b> Вероватноћа отказа Гама - Хи-квадрат модела канала .....	103
<b>Слика 5.2.</b> ABER за Гама - Хи-квадрат модел канала при DPSK модулацији .....	106
<b>Слика 5.3.</b> ABER за Гама - Хи-квадрат модел канала при BPSK модулацији .....	107
<b>Слика 5.4.</b> ABER за Гама - Хи-квадрат модел канала при OOK модулацији и под утицајем атмосферске турбуленције .....	111
<b>Слика 5.5.</b> ABER за Гама - Хи-квадрат модел канала при OOK модулацији и под утицајем атмосферске турбуленције и грешке позиционирања .....	111
<b>Слика 5.6.</b> ABER за Гама - Хи-квадрат модел канала при OOK модулацији за различите вредности нормализоване стандардне девијације цитера .....	112
<b>Слика 5.7.</b> ABER за Гама - Хи-квадрат модел канала при OOK модулацији за различите вредности нормализоване ширине оптичког снопа на удаљености $L$ од предајника .....	113
<b>Слика 5.8.</b> ABER за Гама - Хи-квадрат модел канала при PolSK модулацији .....	114
<b>Слика 5.9.</b> ABER за Гама - Хи-квадрат модел канала при MPPM модулацији у зависности од средње предајне оптичке снаге .....	117
<b>Слика 5.10.</b> ABER за Гама - Хи-квадрат модел канала при MPPM модулацији у зависности од јачине атмосферске турбуленције .....	118
<b>Слика 5.11.</b> ABER за различите моделе канала при MPPM модулацији .....	119
<b>Слика 5.12.</b> Капацитет канала применом ORA алгоритма за различите вредности $K$ фактора и нивоа атмосферске турбуленције .....	121
<b>Слика 5.13.</b> Капацитет канала применом ORA алгоритма за различите дужине FSO линка и нивое атмосферске турбуленције .....	121
<b>Слика 5.14.</b> Капацитет канала применом OPRA алгоритма за различите вредности $K$ фактора и нивоа атмосферске турбуленције .....	123
<b>Слика 5.15.</b> Капацитет канала применом OPRA алгоритма за различите дужине FSO линка и нивое атмосферске турбуленције .....	123
<b>Слика 5.16.</b> Капацитет канала применом OPRA алгоритма у зависности од нивоа отказа ...	124

Слика 5.17. Капацитет канала применом TIFR алгоритма за различите вредности $K$ фактора и нивоа атмосферске турбуленције .....	126
Слика 5.18. Капацитет канала применом TIFR алгоритма за различите дужине FSO линка и нивоа атмосферске турбуленције .....	126
Слика 5.19. Капацитет канала применом TIFR алгоритма у зависности од нивоа отказа .....	127
Слика 6.1. ABER за различите нивоа атмосферске турбуленције и дужине FSO линка .....	136
Слика 6.2. ABER за различите вредности $K$ фактора при јакој атмосферској турбуленцији	136
Слика 6.3. ABER за различите вредности $K$ фактора при умереној атмосферској турбуленцији .....	137
Слика 6.4. ABER за различите вредности $K$ фактора при слабој атмосферској турбуленцији .....	137
Слика 6.5. ABER у зависности од дужине FSO линка .....	138
Слика 7.1. Модел хибридног RF/FSO система .....	141
Слика 7.2. Вероватноћа отказа за различите вредности параметра $m$ при: а) слабој, б) умереној, в) јакој атмосферској турбуленцији .....	146
Слика 7.3. Вероватноћа отказа за различите вредности $K$ фактора при: а) слабој, б) умереној, в) јакој атмосферској турбуленцији .....	148
Слика 7.4. Вероватноћа отказа за различите вредности дужине FSO линка $L$ при: а) слабој, б) умереној, в) јакој атмосферској турбуленцији .....	149
Слика 7.5. Вероватноћа отказа за различите вредности SNR-а $\mu_1$ при: а) слабој, б) умереној, в) јакој атмосферској турбуленцији .....	151

## СПИСАК ТАБЕЛА

Табела 2.1. Поређење карактеристика LED диода и ласера .....	12
Табела 3.1. Вредности параметара атмосферске турбуленције .....	41
Табела 3.2. Параметри FSO система за MPPM модулацију .....	68
Табела 3.3. Слабљења FSO канала при различитим атмосферским појавама .....	79
Табела 3.4. Вредности BER-а за различите параметре WDM-FSO система .....	90
Табела 5.1. Број чланова које је потребно сабрати да би се постигла тачност на шестој значајној цифри .....	103
Табела 6.1. Вредности параметара WSN-FSO система .....	135

## **БИОГРАФИЈА АУТОРА**

Јелена Годоровић је рођена 25. 08. 1992. године у Приштини. Основну школу је завршила у Грачаници, а средњу Електротехничку школу у Сушици (образовни профил – електротехничар рачунара). Основне академске студије је уписала 2011. године на Факултету техничких наука, Универзитет у Приштини са седиштем у Косовској Митровици, на студијском програму Електротехничко и рачунарско инжењерство, модул Електроника и телекомуникације. Исте је завршила 2015. године са укупном просечном оценом у току студија 9,23 чиме је стекла звање инжењер електротехнике и рачунарства. Дипломске академске студије на студијском програму Електротехничко и рачунарско инжењерство, модул Електроника и телекомуникације при истом факултету завршила је 2017. године са укупном просечном оценом 9,60 чиме је стекла звање мастер инжењер електротехнике и рачунарства. Докторске студије уписала је школске 2017/2018. године на Факултету техничких наука, у Косовској Митровици, студијски програм Електротехничко и рачунарско инжењерство. Положила је све испите предвиђене планом и програмом са просечном оценом 10,00.

Од 01. 03. 2018. године радила је као сарадник у настави на Факултету техничких наука, у Косовској Митровици, а од 01. 04. 2019. године ангажована је као асистент за ужу научну област Телекомуникације и информациони системи.

Аутор је и коаутор 17 научних радова објављених у међународним и домаћим часописима и зборницима међународних и домаћих научних конференција, и то 7 радова у часописима са СЦИ листе категорије М23, 1 рад М24, 2 рада М52, 6 радова М33 и 1 рад М63. Такође, коаутор је 3 помоћна универзитетска уџбеника. Учествовала је на два пројекта из програма Развоја високог образовања финансираног од стране Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије, као и на пројекту „Практична наука“ из програма за промоцију и популаризацију науке коју

финансира Центар за промоцију науке. Такође, учесник је на међународном пројекту под називом „Improving STEM Teaching Process Using Digital Transformation - DIGSTEM“ подржаног од стране Вишеградског фонда из Словачке.



## Изјава о ауторству

Потписана Јелена Тодоровић

број индекса 7/2017

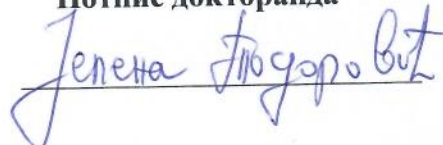
### Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Нови Gamma - Chi-Square модел функције расподеле за бежични оптички комуникациони канал

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршила ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда



У Косовској Митровици, 26.06.2023.

## **Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада**

Име и презиме аутора Јелена Тодоровић

Број индекса 7/2017

Студијски програм Електротехничко и рачунарско инжењерство

Наслов рада Нови Gamma - Chi-Square модел функције расподеле за бежични оптички комуникациони канал

---

Ментор проф. др Петар Спалевић, редовни професор

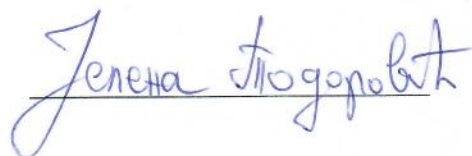
Потписана Јелена Тодоровић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Приштини, са привременим седиштем у Косовској Митровици.**

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Приштини, са привременим седиштем у Косовској Митровици.

**Потпис докторанда**



У Косовској Митровици, 26.06.2023.

## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Приштини, са привременим седиштем у Косовској Митровици унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Нови Gamma - Chi-Square модел функције расподеле за бежични оптички комуникациони канал

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

*Јелена Стојковић*

У Косовској Митровици, 26.06.2023.



1. Ауторство - Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.